

ЛЕКЦІЯ №3

Основні теореми диференціального числення

1. Основні теореми диференціального числення.....	1
2. Правило Лопіталя-Бернуллі.....	3
3. Перетворення невизначеностей.....	4
4. Формула Тейлора.....	6
5. Розклад за формулою Маклорена функцій e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$	8

1. Основні теореми диференціального числення.

Теорема Ферма. Якщо диференційовна на проміжку D функція $y = f(x)$ досягає найбільшого або найменшого значення у внутрішній точці ξ цього проміжку, то похідна функції в цій точці дорівнює нулю, тобто $f'(\xi) = 0$.

Припустимо, для визначеності, що $f(x)$ набуває в точці ξ найбільшого значення, тобто для всіх $x \in D$ $f(x) \leq f(\xi)$.

За означенням похідної

$$f'(\xi) = \lim_{x \rightarrow \xi} \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi},$$

причому ця границя не залежить від того, як наближається x до ξ — справа чи зліва.

Розглянемо відношення $\frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi}$.

Для всіх x , достатньо близьких до точки ξ ($x \neq \xi$), маємо:

$$\begin{cases} \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi} \leq 0 \text{ при } x > \xi, \\ \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi} \geq 0 \text{ при } x < \xi. \end{cases}$$

Перейдемо в останніх нерівностях до границі при $x \rightarrow \xi$. Дістанемо

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \xi+0} \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi} \leq 0 \\ \lim_{x \rightarrow \xi-0} \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \xi} \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi} = 0 \Rightarrow f'(\xi) = 0.$$

Аналогічно розглядається випадок, коли функція $f(x)$ набуває в точці $x = \xi$ найменшого значення.

Геометричний зміст теореми Ферма. Геометричний зміст похідної $y' = f'(x)$ являє собою кутовий коефіцієнт дотичної до кривої $y = f(x)$. Звідси рівність нулю похідної $f'(\xi)$ геометрично означає, що у відповідній точці цієї кривої дотична паралельна осі Ox .

Теорема Ролля. Якщо функція $f(x)$: 1) неперервна на сегменті $[a; b]$; 2) диференційовна на інтервалі $(a; b)$; 3) на кінцях сегмента набуває рівних між собою значень, тобто $f(a) = f(b)$, то на інтервалі $(a; b)$ існує хоча б одна точка $x = \xi (a < \xi < b)$, для якої $f'(\xi) = 0$.

Геометричний зміст теореми Ролля. Якщо крайні ординати неперервної кривої $y = f(x)$, яка має в кожній точці дотичну, рівні, то на цій кривій знайдеться принаймні одна точка з абсцисою $\xi (a < \xi < b)$, в якій дотична паралельна осі Ox (рис. 1).

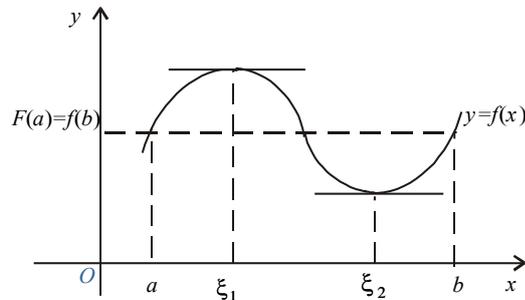


Рис. 1

Теорема Лагранжа (теорема про скінченні прирости функції).

Якщо функція $f(x)$: 1) неперервна на сегменті $[a; b]$; 2) диференційовна на інтервалі $(a; b)$, то на інтервалі знайдеться хоча б одна точка $x = \xi (a < \xi < b)$, така що

$$f(b) - f(a) = (b - a)f'(\xi). \quad (1)$$

Геометричний зміст теореми Лагранжа. Запишемо формулу (1) у вигляді

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi). \quad (2)$$

З рис. 2 бачимо, що величина $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ є тангенсом кута α нахилу хорди, що проходить через точки A і B графіка функції $y = f(x)$ з абсцисами a і b .

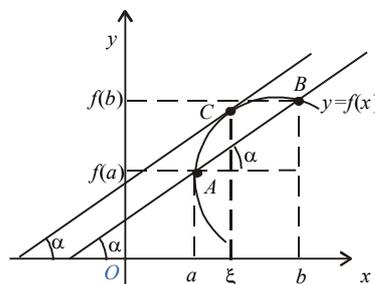


Рис. 2

Водночас, $f'(\xi)$ — тангенс кута нахилу дотичної до кривої у точці C з абсцисою ξ . Таким чином, геометричний зміст рівності (1) або рівносильної для неї рівності (2) можна визначити так: якщо для всіх точок кривої $y = f(x)$ існує дотична, то на цій кривій знайдеться точка з абсцисою ξ , в якій дотична паралельна хорді AB , що сполучає точки A і B .

Теорема Коші. Якщо $f(x)$ і $\varphi(x)$ дві функції: 1) неперервні на сегменті $[a; b]$; 2) диференційовні на інтервалі $(a; b)$; 3) $\varphi'(x) \neq 0$ для $x \in (a; b)$, то на інтервалі $(a; b)$ знайдеться хоча б одна точка $x = \xi (a < \xi < b)$, така що

$$\frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} = \frac{f'(\xi)}{\varphi'(\xi)}.$$

2. Правило Лопіталя-Бернуллі

Розглянемо відношення $f(x) = \frac{\varphi(x)}{\psi(x)}$, де функції $\varphi(x)$ і $\psi(x)$ визначені й диференційовні в деякому околі точки a , виключаючи, можливо, саму точку a . Може бути, що при $x \rightarrow a$ обидві функції $\varphi(x)$ і $\psi(x)$ прямують до 0 або до ∞ , тобто ці функції одночасно є нескінченно малими або нескінченно великими величинами при $x \rightarrow a$. Тоді говорять, що в точці a функція $f(x)$ має невизначеність виду

$$\left[\frac{0}{0} \right] \text{ або } \left[\frac{\infty}{\infty} \right]. \quad (3)$$

У цьому випадку, використовуючи похідні $\varphi'(x)$ і $\psi'(x)$, можна сформулювати правило для знаходження границі функції $f(x)$ при $x \rightarrow a$, тобто визначити спосіб для розкриття невизначеностей виду (3).

Теорема (правило Лопіталя-Бернуллі). Границя відношення двох нескінченно малих або нескінченно великих функцій дорівнює границі відношення їхніх похідних (скінченній або нескінченній), якщо остання існує.

Зауваження. Якщо $\varphi'(x)$ і $\psi'(x)$ при $x \rightarrow a$ прямують одночасно до 0 або до ∞ і задовольняють ті умови, які були накладені теоремою на функції $\varphi(x)$ і $\psi(x)$, то до відношення $\varphi'(x)/\psi'(x)$ знову застосовуємо правило Лопіталя і виводимо формулу

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\varphi(x)}{\psi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\varphi'(x)}{\psi'(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\varphi''(x)}{\psi''(x)}$$

і т. п.

Приклад. Знайти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{2x}$.

● Виконавши граничний перехід, дістанемо невизначеність вигляду $\left[\frac{0}{0} \right]$.

Застосовуємо правило Лопіталя:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin 7x)'}{(2x)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \cos x}{2} = \frac{7}{2}.$$

Приклад. Знайти $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{2x^3 + 7x + 5}$.

● Виконання граничного переходу приводить до невизначеності виду $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$.

Застосовуємо правило Лопіталя:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{2x^2 + 7x + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 3x + 1)'}{(2x^2 + 7x + 5)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{6x^2 + 7} =$$

(виконання граничного переходу знову приводить до невизначеності виду $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, а тому застосовуємо правило Лопітала повторно):

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 3)'}{(6x^2 + 7)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{12x} = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} \cdot 0 = 0.$$

3. Перетворення невизначеностей виду

$[0 \cdot \infty]$; $[0^0]$, $[\infty^0]$, $[1^\infty]$, $[\infty - \infty]$ до виду $\left[\frac{0}{0}\right]$ або $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.

Правило Лопітала можна застосувати тільки для розкриття невизначеностей вигляду $\left[\frac{0}{0}\right]$ або $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$. При розкритті інших типів невизначеностей їх перетворюють до одного з цих видів.

Невизначеність виду $[0 \cdot \infty]$. Нехай $\lim_{x \rightarrow a} u(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow a} v(x) = \infty$.

Потрібно знайти

$$\lim_{x \rightarrow a} (u(x) \cdot v(x)). \quad (4)$$

Це невизначеність типу $[0 \cdot \infty]$.

Якщо вираз (4) записати у вигляді

$$\lim_{x \rightarrow a} u \cdot v = \lim_{x \rightarrow a} \frac{u}{\frac{1}{v}} \quad \text{або} \quad \lim_{x \rightarrow a} u \cdot v = \lim_{x \rightarrow a} \frac{v}{\frac{1}{u}},$$

то при $x \rightarrow a$ дістанемо невизначеність відповідно вигляду $\left[\frac{0}{0}\right]$ або $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.

Приклад. Знайти $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 \ln x)$.

• Тут маємо невизначеність вигляду $[0 \cdot \infty]$. Зобразимо добуток функції у вигляді частки, а потім, отримавши невизначеність $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, застосуємо правило Лопітала:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 \ln x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{x^3}\right)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{3}{x^4}} = -\frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} x^3 = 0.$$

Невизначеність вигляду $[0^0]$, $[\infty^0]$, $[1^\infty]$. Нехай маємо функцію $u(x)^{v(x)}$.

При $x \rightarrow a$ (a — скінченне або нескінченне) можливі три випадки:

а) $u \rightarrow 0$, $v \rightarrow 0$ маємо невизначеність виду $[0^0]$;

б) $u \rightarrow \infty$, $v \rightarrow 0$ дістанемо невизначеність $[\infty^0]$;

в) $u \rightarrow 1$, $v \rightarrow \infty$ маємо невизначеність виду $[1^\infty]$.

Ці невизначеності за допомогою логарифмування зводяться до невизначеності вигляду $[0 \cdot \infty]$. Справді, позначимо дану функцію через y ,

тобто візьмемо $y = u^v$. Прологарифмувавши цю рівність, дістанемо $\ln y = v \ln u (u > 0)$.

Легко перевірити, що при $x \rightarrow a$ добуток $v \ln u$ буде невизначеністю $[0 \cdot \infty]$ для всіх трьох випадків.

Відповідно до підпункту 1 розкриємо невизначеність $[0 \cdot \infty]$, тобто знайдемо границю $\lim_{x \rightarrow a} \ln y = k$ (k — скінченне або ∞).

$$\text{Звідси } \lim_{x \rightarrow a} y = \lim_{x \rightarrow a} u^v = e^k.$$

Приклад. Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x$.

● Це невизначеність виду $[0^0]$. Позначимо функцію, що стоїть під знаком границі, через y , тобто $y = (\sin x)^x$, і прологарифмуємо її:

$$\ln y = x \ln \sin x = \frac{\ln \sin x}{x^{-1}}.$$

Обчислимо границю логарифма даної функції. Тут маємо невизначеність $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$. Застосуємо правило Лопіталя:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin x}{x^{-1}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{\sin x (-x^{-2})} = - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos x}{\sin x} = 0.$$

$$\text{Звідси } \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x = e^0 = 1.$$

Приклад. Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}$.

● При $x \rightarrow 1$ маємо невизначеність $[1^\infty]$.

$$y = x^{\frac{1}{x-1}}, \quad \ln y = \frac{\ln x}{x-1}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \ln y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 1.$$

$$\text{Звідси } \lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}} = e^1 = e.$$

Невизначеність $[\infty - \infty]$. Якщо функції $u(x) \rightarrow \infty$, $v(x) \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow a$ (a — скінченне або нескінченне), то різниця $u - v$ при $x \rightarrow a$ дає невизначеність $[\infty - \infty]$. Остання з допомогою алгебраїчних перетворень зводиться до невизначеності $\left[\frac{0}{0}\right]$ або $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.

Приклад. Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$.

● Маємо невизначеність виду $[\infty - \infty]$. Алгебраїчним перетворенням приведемо цю невизначеність до невизначеності $\left[\frac{0}{0}\right]$, а потім двічі застосуємо правило Лопіталя:

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x),$$

або, у розгорнутому вигляді:

$$f(x) = f(a) + \frac{x-a}{1!} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + R_n(x). \quad (9)$$

$R_n(x)$ називається залишковим членом у формулі Тейлора (9). Для тих значень x , для яких залишковий член $R_n(x)$ малий, многочлен $P_n(x)$ дає наближене подання функції $f(x)$.

Оцінимо залишковий член $R_n(x)$ при різних значеннях x , для цього запишемо його в вигляді

$$R_n(x) = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} Q(x), \quad (10)$$

де $Q(x)$ — невідома функція.

Згідно з (29) формула (28) запишеться так:

$$f(x) = f(a) + \frac{x-a}{1!} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} Q(x). \quad (11)$$

Для значень t (t лежить між величинами a та x) введемо допоміжну функцію:

$$F(t) = f(x) - f(t) - \frac{x-t}{1!} f'(t) - \frac{(x-t)^2}{2!} f''(t) - \dots - \frac{(x-t)^n}{n!} f^{(n)}(t) - \frac{(x-t)^{n+1}}{(n+1)!} Q(x). \quad (12)$$

Знайдемо похідну $F'(t)$ від функції $F(t)$ (12):

$$F'(t) = -f'(t) + f'(t) - \frac{x-t}{1!} f''(t) + \frac{2(x-t)}{2!} f''(t) - \frac{(x-t)^2}{2!} f'''(t) + \dots - \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n)}(t) + \frac{n(x-t)^{n-1}}{n!} f^{(n)}(t) - \frac{(x-t)^n}{n!} f^{(n+1)}(t) + \frac{(n+1)(x-t)^n}{(n+1)!} Q(x),$$

або, після скорочення:

$$F'(t) = -\frac{(x-t)^n}{n!} f^{(n+1)}(t) + \frac{(x-t)^n}{n!} Q(x). \quad (13)$$

На основі формул (11) та (12) можна встановити: $F(x) = 0$, $F(a) = 0$.

Таким чином, функція $F(t)$ задовольняє умови теореми Ролля \Rightarrow між величинами a та x існує таке значення $t = \xi$, при якому $F'(\xi) = 0$. Згідно з (13) маємо

$$-\frac{(x-\xi)^n}{n!} f^{(n+1)}(\xi) + \frac{(x-\xi)^n}{n!} Q(x) = 0,$$

або

$$Q(x) = f^{(n+1)}(\xi).$$

Підставляючи цей вираз у формулу (10), маємо:

$$R_n(x) = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi).$$

Здобута рівність називається *залишковим членом у формі Лагранжа*.

Оскільки величина ξ лежить між величинами x та a , то її можна подати у вигляді $\xi = a + \Theta(x-a)$, де $0 < \Theta < 1$; тоді формула для залишкового члена набирає вигляду:

$$R_n(x) = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(a + \Theta(x-a)).$$

Вираз

$$f(x) = f(a) + \frac{x-a}{1!} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(a + \Theta(x-a)), \quad (0 < \Theta < 1)$$

називається формулою Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа.

Узявши у формулі $a = 0$, дістанемо формулу Маклорена:

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(0) + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\Theta x). \quad (14)$$

5. Розклад за формулою Маклорена функцій

e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$

Розклад функції $f(x) = e^x$. Послідовно диференціюючи функцію e^x , дістаємо:

$$f(x) = e^x, \quad f(0) = 1;$$

$$f'(x) = e^x, \quad f(0) = 1;$$

.....

$$f^{(n)}(x) = e^x, \quad f(0) = 1.$$

Підставляючи здобуті вирази у формулу (14), маємо:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^{\Theta x}, \quad 0 < \Theta < 1.$$

Нехай $|x| \leq 1$, $n = 8$. Оцінка залишкового члена в цьому разі така:

$$R_8 < \frac{1}{9!} < 10^{-5}.$$

При $x = 1$ маємо формулу для знаходження наближеного значення числа e :

$$e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{8!} \approx 2,71828$$

при цьому допущена похибка не перевищує числа $\frac{3}{9!}$ або 0,00001.

Можна також показати, що для будь-яких $|x| > 1$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^{\Theta x} = 0.$$

Таким чином, для будь-яких $x \in (-\infty, +\infty)$, взявши достатнє число членів, можна обчислити e^x з заданим ступенем точності.

Розклад функції $f(x) = \sin x$. Знаходимо послідовно похідні від $f(x) = \sin x$:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin x, & f(0) &= 0; \\ f'(x) &= \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & f'(0) &= 1; \\ f''(x) &= -\sin x = \sin\left(x + 2\frac{\pi}{2}\right), & f''(0) &= 0; \\ f'''(x) &= -\cos x = \sin\left(x + 3\frac{\pi}{2}\right), & f'''(0) &= -1; \\ f^{(4)}(x) &= \sin x = \sin\left(x + 4\frac{\pi}{2}\right), & f^{(4)}(0) &= 0; \\ & \dots & & \dots \\ f^{(n)}(x) &= \sin\left(x + n\frac{\pi}{2}\right), & f^{(n)}(0) &= \sin\frac{\pi n}{2}; \\ f^{(n+1)}(x) &= \sin\left(x + (n+1)\frac{\pi}{2}\right), & f^{(n+1)}(\xi) &= \left(\xi + (n+1)\frac{\pi}{2}\right) \\ & & & (\xi = \Theta x, 0 < \Theta < 1). \end{aligned}$$

Підставляючи здобуті значення у формулу (14), дістаємо розклад функції $f(x) = \sin x$ за формулою Маклорена:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + \frac{x^n}{n!} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} \sin\left(\xi + (n+1)\frac{\pi}{2}\right).$$

Оскільки $\left|\sin\left(\xi + (n+1)\frac{\pi}{2}\right)\right| \leq 1$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$ для всіх $x \in (-\infty, +\infty)$.

Застосуємо здобуту формулу для наближеного обчислення $\sin 20^\circ$. Візьмемо $n = 3$, тобто обмежимося двома першими членами розвинення:

$$\sin 20^\circ \approx \sin \frac{\pi}{9} \approx \frac{\pi}{9} - \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{9}\right)^3 = 0,342$$

Оцінимо зроблену похибку, яка дорівнює залишковому члену:

$$|R_3| = \left| \left(\frac{\pi}{9}\right)^4 \frac{1}{4!} \sin(\xi + 2\pi) \right| \leq \left(\frac{\pi}{9}\right)^4 \frac{1}{4!} \approx 0,00062 < 0,001.$$

Розклад функції $f(x) = \cos x$. Знаходячи значення послідовних похідних при $x = 0$ від функції $f(x) = \cos x$ та підставляючи у формулу Маклорена, дістаємо:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + \frac{x^n}{n!} \cos \frac{\pi n}{2} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} \cos \left(\xi + (n+1) \frac{\pi}{2} \right), \quad |\xi| < |x|.$$

Тут $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$ при всіх $x \in (-\infty, +\infty)$.

Розклад функції $f(x) = \ln(1+x)$:

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \frac{(-1)^n}{n+1} \left(\frac{x}{1+\xi} \right)^{n+1}, \quad |\xi| < |x|.$$

Тут $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)} \left(\frac{x}{1+\xi} \right)^{n+1} = 0$ при $-1 < x < 1$.

Розклад функції $f(x) = (1+x)^m$:

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots + \frac{m(m-1)\dots(m-(n-1))}{n!}x^n + \frac{m(m-1)\dots(m-n)}{(n+1)!}x^{n+1}(1+\Theta x)^{m-n-1}, \quad 0 < \Theta < 1.$$

Тут $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m(m-1)\dots(m-n)}{(n+1)!}x^{n+1}(1+\Theta x)^{m-n-1} = 0$ при $|x| < 1$.