Тема 5. Забезпечення надійності складних технічних систем резервуванням

План

1. Модель експлуатації технічної системи. Часова діаграма експлуатації. Потік подій.

2. Математична модель простішого потоку подій.

3. Потік подій сукупності об’єктів (машин)

1. Модель експлуатації технічної системи. Часова діаграма експлуатації. Потік подій.

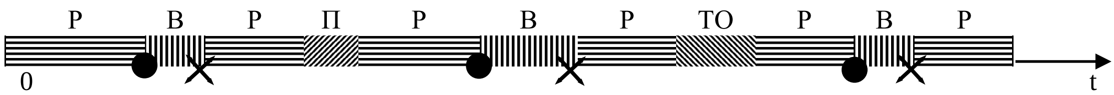
В реальній експлуатації с.-г. машин, об’єкти технічного сервісу спостерігаються слідуючи періоди роботи: Р – робота;

В – відновлення роботоздатності після відмов;

ТО – технічний огляд;

П – перерив в роботі по організаційним причинам.

Наглядне уявлення про надійність машин дає <u>*часова діаграма її експлуатації*</u>



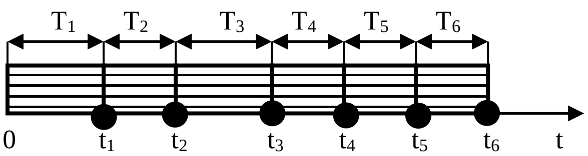
● - моменти часу відмов;

✕ - моменти часу закінчення відновлення.

Довжина інтервалу кожного періоду є випадкова величина.

При коротких Р – машина має низьку безвідмовність
При великих В и ТО – низька ремонтоздатність
Велика загальна ΣР – висока довговічність

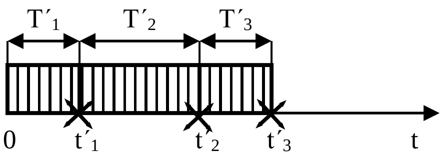
Для оцінки безвідмовності розглянемо модель експлуатації поклавши в основу тільки етапи роботи (відновлення і ТО, П відбувається миттєво). Тоді маємо тільки інтервали роботи.



Тільки робота Р

інтервали T_i – випадкові величини.

Урахуємо тільки інтервали відновлення



Тільки відновлення В

Довжина кожного періоду відновлення – випадкова величина.

2. Математична модель простішого потоку подій.

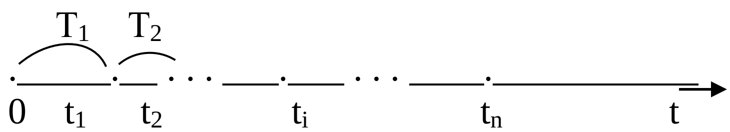
<u>Потік подій</u> - послідовність подій які відбуваються один за одним в деякі моменти часу. Для складних технічних систем технічного сервісу можна розглянути.

Потік – відмов

Потік – відновлень

події слідують один за одним у випадкові моменти часу

Потік однорідних подій представляється точками на вісі 0-t з інтервалами: $T_1=t_1-0$; $T_2=t_2-t_1$; $T_3=t_3-t_2$.



Потік подій при ймовірносном описі можна представити як послідовність випадкових величин.

$$t_1=T_1$$
$$t_2=T_1+T_2$$
$$t_3=T_1+T_2+T_3$$
$$\dots \quad \dots \quad \dots$$
$$t_n=T_1+T_2+T_3+\dots+T_n$$

<u>Властивості потоку</u>

Простійший потік подій

<u>Стаціонарність</u> – полягає в тому, що ймовірність появи *<u>n</u>* подій на любому інтервалі часу залежить тільки від числа *n* подій і довжини інтервалу часу t. Стаціонарний потік має постійну інтенсивність, тобто середне число подій за одиницю часу.

<u>Відсутність післядії</u> (незалежність подій) – полягає в тому, що ймовірність появи *<u>n</u>* подій на любому відрізку часу на залежність від числа подій на попередніх інтервалах часу. Тобто попередня історія не впливає на ймовірність появи подій в майбутньому. Практично це означає, що події які складають потік появляються незалежно один від одного.

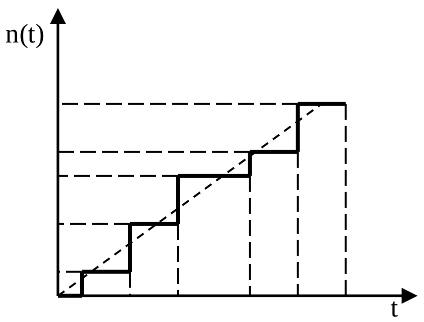
<u>Ординарність</u> (події появляються по одній, а не групами) – полягає в тому, що ймовірність появи більш одної події на елементарному інтервалі Δt дуже мала порівняно з ймовірністю появи тільки одної події. Це означає, що події появляються по одній, а не групами.

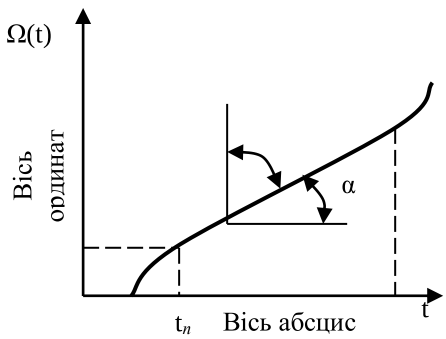
<u>*Характеристики потоку подій*</u>

Ω(t) – функція потоку подій (математичне очікування числа n(t) подій на інтервалі часу (0, t)

$$\Omega(t)=\bar{n}(t)$$

Випадковий процес стрибкоподібно збільшується на одну одиницю в момент появи події:





Число подій за час t для сукупності N об'єктів буде:

$$n_N(t)=\sum_{i=1}^{N} n_i\underbrace{(t)=n_1(t)+n_2(t)+\ldots+n_N}_{\text{різні об'єкти (різні види трансп. на трасі)}}(t)$$

а для одного об'єкта:

$$n(t)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} n_i(t)$$

N – кількість видів об'єктів

При N→∞ отримуємо функцію потоку подій:

$$\Omega(t)=\bar{n}(t)=\lim_{N\to\infty}\cdot n(t)=\lim_{N\to\infty}\cdot\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} n_i(t)$$

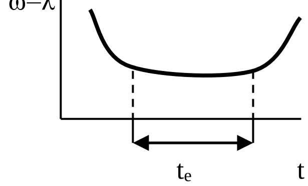
яка вже росте плавно, а не стрибкоподібно і тим плавніше чім більше N

Число відмов і відновлень однакове. Але функції будуть різні, бо різні часи цих подій.

На практиці функція потоку відмов після припрацювання часто буває лінійною. Тоді для загального періоду експлуатації можна записати:

$$\Omega(t)=\Omega(t_n)+\omega t_e,$$

де ω – параметр потоку відмов (інтенсивність (щільність) потоку подій)



$$\omega=\lambda=\frac{1}{\bar{T}}=tg\alpha$$

ω=const – сталий період експлуатації;

ω(t)=vor – перехідний період (припрацювання, старіння)

Взагалі: $\omega(t)=\lambda(t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}-\dfrac{\Omega(t+\Delta t)-\Omega(t)}{\Delta t}=\dfrac{d\Omega}{dt}$

Інтенсивність потоку відмов називають параметром потоку відмов.

Середне число (математичне сподівання) числа подій на інтервалі часу Δt

$\frac{d\Omega}{dt}$ можна знайти про інтегрував.

$$\Omega = \Omega(\Delta t) = \Omega(t+\Delta t) - \Omega(t) = \int_{t}^{t+\Delta t} \lambda(t)dt$$

$$\lambda(t) = \frac{d\Omega}{dt}; \qquad \int \lambda(t)dt = \int d\Omega; \qquad \Omega = \int_0^t \lambda(t)dt$$

якщо λ(t)=λ=const, то Ω=λt – середня кількість подій на інтервалі часу

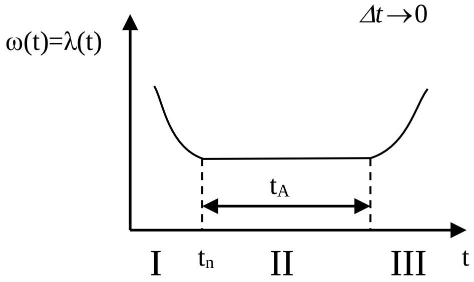
<u>Середній час між подіями потоку</u> – важлива характеристика як для потоку відмов, так і для потоку відновлень.

$$T_{cp} = \frac{\Delta t}{\Omega(t+\Delta t) - \Omega(t)} = \frac{1}{\frac{\Omega(t+\Delta t) - \Omega(t)}{\Delta t}}$$

$$\boxed{\frac{1}{tg\alpha} = ctg\,\alpha = T_{cp}}$$

якщо Δt→0, то

$$T_{cp} = \frac{1}{\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Omega(t+\Delta t) - \Omega(t)}{\Delta t}} = \frac{1}{\frac{d\Omega(t)}{dt}} = \frac{1}{\lambda(t)}$$



Ця модель відіграє важливу роль в теорії і практиці надійності. В більшості випадків це і потік відмов і потік відновлень.

Ймовірність появи <u>*n*</u> подій простішого потоку за час t при відомій λ визначається формулою Пуассона:

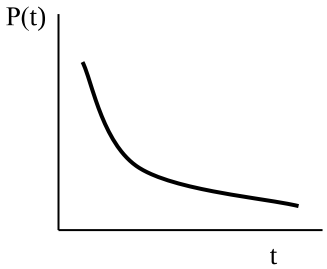
$$P_n(t) = \frac{\Omega^n}{n!} e^{-\Omega} = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \qquad n=0,1,2,...$$

формула відображає всі 3 властивості простішого потоку подій

При n=0 (тобто не з'являється подія за деякий час t). Визначається ймовірність довжини інтервалу часу за який вона не з'явилася.

Це значить, що можна визначити деякі параметри надійності технологічних систем.

а) ймовірність безвідмовної роботи (подія – відмова не з'являється *n*=0)



$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t} \qquad \boxed{P_n(t) = e^{-\lambda t}}$$

$$n = 0 \qquad (\lambda t)^{n=0} = 1 \qquad n! = 1$$

експоненціальний розподіл довжини інтервалу часу між сусідніми подіями (відмовами) в простішому потоці

б) Середні час між сусідніми подіями

в загальному вигляді $T_{cp} = \int\limits_0^\infty P(t)dt$

$$\boxed{T_{cp} = \frac{1}{\lambda}}$$

для експоненціального закону надійності:

$$T_{cp} = \int\limits_0^\infty e^{-\lambda t}dt = \frac{1}{-\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^\infty = \frac{1}{-\lambda}[0-1] = \frac{1}{\lambda}$$

Експоненціальне розподілення часу безвідмовної роботи системи в період нормальної експлуатації є слідством того, що потік відмов є простішим.

Експоненціальне розподілення часу відновлення роботоздатності є самим розповсюдженим в теорії надійності так як потік відновлень є також найпростішим.

Інтегральна функція експоненціального розподілення ймовірності часу відновлення роботоздатності має вигляд:

$$F_в(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

Відповідно диференціальна функція розподілення (густина ймовірності) дорівнює:

$$f_в(t) = \frac{dF_в(t)}{dt} = \mu \cdot e^{-\mu t}$$

Середній час відновлення:

$$T_{всp} = \int\limits_0^\infty P_в(t)dt = \int\limits_0^\infty [1 - F_в(t)]dt = \int\limits_0^\infty e^{-\mu t}dt = \frac{1}{\mu}$$

$$\int\limits_0^\infty [1 - F_в(t)]dt = \int \left[1 - 1 + e^{-\mu t}\right] = \int\limits_0^\infty e^{-\mu t} = -\frac{1}{\mu} e^{-\mu t} \Big|_0^\infty = -\frac{1}{\mu}[0-1] = \frac{1}{\mu}$$

Тобто середній час відновлення величина обернена інтенсивності відновлення.

3. Потік подій сукупності об'єктів (машин)

Потік подій сукупності об'єктів технічного сервісу (машин) отримується сумуванням потоків однорідних подій кожного об'єкту (машини).

Сумування великої кількості незалежних стаціонарних ординарних потоків практично з любою післядією дає потік близький до простішого (при інтенсивностях одного порядку).

Тобто: $\varPi = \sum\limits_{i=1}^{N} \varPi_i$

На практиці достатньо N~4...5 і потік стає найпростішим.

Сукупність об'єктів – це складна машина, машини об'єднані в комплекс, якась система машин.

Характер потоку відмов такої сукупності об'єктів міняється в процесі експлуатації, наближаючись з часом до простішого незалежно від характеру потоку відмов об'єктів складаючих цю сукупність.

Число відмов сукупності об'єктів за час t дорівнює:

$$\varOmega(t) = \varOmega_1(t) + \varOmega_2(t) + \ldots + \varOmega_i(t) + \ldots + \varOmega_N(t) = \sum_{i=1}^{N} \varOmega_i(t)$$

Диференцюючи по t маємо

$$\omega(t) = \omega_1(t) + \omega_2(t) + \ldots + \omega_i(t) + \ldots + \omega_N(t) = \sum_{i=1}^{N} \omega_i(t)$$

тобто параметр потоку відмов сукупності об’єктів (машин) дорівнює сумі параметрів потоку відмов об’єктів (машин), які складають цю сукупність.

Прикладом потоку подій сукупності об’єктів технічного сервісу (машин) є потоки виробничі в машинобудуванні та потоку в сервісному виробництві.