Тема 7. Аналіз надійності технічних систем методом дерева відмов

План

1.Стаціонарні періоди роботи систем.

2. Складання розміченого графу системи

3. Розрахунок надійності технічних систем методом дерева відмов.

1.Стаціонарні періоди роботи систем.

Особливий інтерес і практичне значення має дослідження стаціонарних періодів роботи систем, коли ω і μ є постійні величини. Тобто всі потоки є простішим пуассонівськими.

В стаціонарних режимах функціонування систем граничні ймовірності досягають постійних своїх значень. Тоді відповідно в рівняннях Колмогорова:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \frac{dP_i}{dt} = 0 .$$

Тобто для стаціонарних режимів функціонування систем диференційні рівняння Колмогорова переходить в систему однорідних алгебраїчних рівнянь з постійними коефіцієнтами:

$$0 = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ji} P_j - P_i \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij} ,$$

яку можна переписати у вигляді:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_{ji} P_j = P_i \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij}, \tag{1}$$

де $\sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij} = \lambda_i$ - інтенсивність сумарного простішого потоку переводячого систему із стану S_i в інші.

Таким чином для стаціонарного режиму сума всіх потоків ймовірностей переводячих систему S із інших станів в стан S_i рівна сумі всіх потоків ймовірностей переводячих систему S із стану S_i в інші.

Або для любого стану S_i сума всіх вхідних потоків ймовірностей повинна бути рівна сумі всіх вихідних потоків.

З рівняння (1) можна записати вирішивши його відносно P_i:

$$P_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} \lambda_{ji} \cdot P_j}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij}}$$

Слід зауважити, що

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}$$

інтенсивність сумарного потоку подій виводячи систему S із стану S_i, як сума простіших також є простий. Тому час перебування системи в стані S_i може бути визначений як:

$$t_i = \frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij}} \qquad (2)$$

Згідно прийнятих умов гранична ймовірність перебування в *i*-му стані системи S позначена через P_i. Для МВП з дискретними станами і безперервним часом можна записати:

$$P_i = \frac{\overline{t_i}}{\overline{\tau_i}},$$

де $\overline{t_i}$ - математичне очікування часу однократного перебування системи S в стані S_i;

$\overline{\tau_i}$ - математичне очікування циклу блукання системи S відносно стану S_i.

Рівняння можна переписати у вигляді:

$$P_i = \frac{\overline{t_i}}{\overline{t_i} + \overline{\upsilon_i}},$$

де $\overline{\upsilon_i}$ - математичне очікування часу однократного перебування системи S поза станом S_i.

Зробивши перетворення маємо:

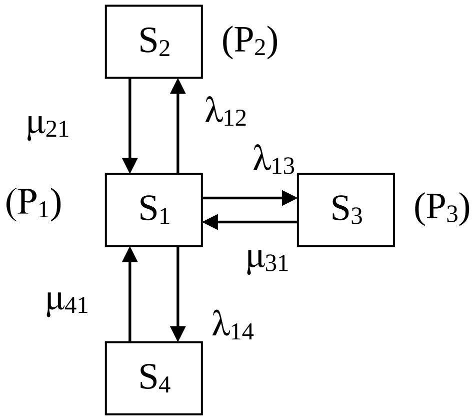
$$\overline{t_i} = P_i\left(\overline{t_i} + \overline{\upsilon_i}\right)$$
$$\overline{t_i} - P_i\overline{t_i} = P_i\overline{\upsilon_i}$$
$$\overline{t_i}\left(1 - P_i\right) = P_i\upsilon_i$$
$$\overline{t_i} = \frac{P_i\overline{\upsilon_i}}{1 - P_i}$$

або

$$\overline{V_i} = \frac{\overline{t_i}\left(1 - P_i\right)}{P_i} \qquad (3)$$

2. Складання розміченого графу системи

Дана система S може знаходитись у чотирьох можливих станах S_1, S_2, S_3, S_4. Ймовірність знаходження у кожному із станів відповідно складає: P_1, P_2, P_3 і P_4. Інтенсивності потоків переходів із стану в стан позначені на графі станів.



Граф станів системи

i=1,2,3,4 – стани системи

Виходячи із правила складання диференційні рівняння Колмогорова представляються системою:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_1}{dt} = P_2 \cdot \mu_{21} + P_3 \cdot \mu_{31} + P_4 \cdot \mu_{41} - P_1 \cdot \lambda_{12} - P_1 \cdot \lambda_{13} - P_1 \cdot \lambda_{14}; \\ \dfrac{dP_2}{dt} = P_1 \cdot \lambda_{12} - P_2 \cdot \mu_{21}; \\ \dfrac{dP_3}{dt} = P_1 \cdot \lambda_{13} - P_3 \cdot \mu_{31}; \\ \dfrac{dP_4}{dt} = P_1 \cdot \lambda_{14} - P_4 \cdot \mu_{41}. \end{cases}$$

Нормована умова:

$$P_1+P_2+P_3+P_4=1$$

Якщо система знаходиться в стаціонарному режимі експлуатації і ймовірності станів досягли фінальних своїх значень. Тобто:

$$P_i=\text{const},$$

Тоді $\dfrac{dP_i}{dt} = 0$ і диференційні рівняння переходять в алгебраїчні, які легко вирішуються відносно невідомих величин ймовірностей станів.

$$\begin{cases} 0 = P_2 \cdot \mu_{21} + P_3 \cdot \mu_{31} + P_4 \cdot \mu_{41} - P_1 \cdot \lambda_{12} - P_1 \cdot \lambda_{13} - P_1 \cdot \lambda_{14}; \\ 0 = P_1 \cdot \lambda_{12} - P_2 \cdot \mu_{21}; \\ 0 = P_1 \cdot \lambda_{13} - P_3 \cdot \mu_{31}; \\ 0 = P_1 \cdot \lambda_{14} - P_4 \cdot \mu_{41}. \end{cases}$$

Для визначення ймовірностей станів замінимо найбільше перше рівняння системи нормувальною умовою.

Далі з останніх трьох рівнянь маємо:

$$P_4 = \frac{P_1 \cdot \lambda_{14}}{\mu_{41}};$$

$$P_3 = \frac{P_1 \cdot \lambda_{13}}{\mu_{31}};$$

$$P_2 = \frac{P_1 \cdot \lambda_{12}}{\mu_{21}}.$$

Підставивши значення отриманих ймовірностей в перше рівняння (нормувальним) запишемо:

$$P_1 + \frac{P_1 \cdot \lambda_{12}}{\mu_{21}} + \frac{P_1 \cdot \lambda_{13}}{\mu_{31}} + \frac{P_1 \cdot \lambda_{14}}{\mu_{41}} = 1$$

або

$$P_1 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\mu_{21}} + \frac{\lambda_{13}}{\mu_{31}} + \frac{\lambda_{14}}{\mu_{41}}}.$$

Тоді:

$$P_2 = \frac{1 \cdot \frac{\lambda_{12}}{\mu_{21}}}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\mu_{21}} + \frac{\lambda_{13}}{\mu_{31}} + \frac{\lambda_{14}}{\mu_{41}}};$$

$$P_3 = \frac{1 \cdot \frac{\lambda_{13}}{\mu_{31}}}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\mu_{21}} + \frac{\lambda_{13}}{\mu_{31}} + \frac{\lambda_{14}}{\mu_{41}}};$$

$$P_4 = \frac{1 \cdot \frac{\lambda_{14}}{\mu_{41}}}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\mu_{21}} + \frac{\lambda_{13}}{\mu_{31}} + \frac{\lambda_{14}}{\mu_{41}}}.$$

Якщо вважати, що подія S_1 відображає справний стан системи, то P_1=$К_Г$.

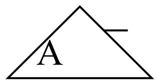
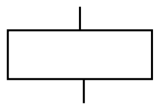
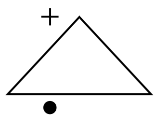
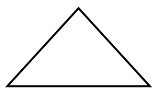
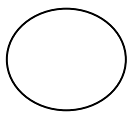
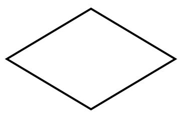
3. Розрахунок надійності технічних систем методом дерева відмов.

В процесі експлуатації деталі і вузли машин знаходяться під впливом зовнішніх зусиль обумовлених навантаженням від роботи що виконується в процесі експлуатації, а також внутрішніх і монтажних напружень, які залишились після виготовлення машини. Під дією цих напружень виникають різноманітні пошкодження деталей, які в кінцевому результаті призводять до відмов машини в цілому.

Основними видами пошкоджень в машинах, як видно з практики їх експлуатації, є зношування та поломки окремих деталей. Важливим для забезпечення загальної надійності машини являється вивчення впливу окремих видів пошкоджень з визначанням ймовірностей їх появи. Для проведення таких досліджень скористаємося логіко-імітаційним моделюванням процесу формування відмов за допомогою побудови відповідних структурних схем. Такий підхід відкриває можливості враховувати вид і характер пошкоджень та дослідити ступінь впливу кожного з них на безвідмовність роботи об’єкту дослідження.

Дерево відмов розробляється з допомогою логічних і стандартних символів подій і переносу, окремі з яких приведено в таблиці 1. Побудова моделі починається з головної події, якою являється відмова машини. Наступні події розміщуються зверху вниз, аж до базових, якими являються пошкодження окремих деталей.

Таблиця 1 - Позначення логічних і стандартних символів

№	Назва події, оператора	Символ	Опис події, оператори
1	Основне перенесення		Перенесення. Використовується для перенесення підструктури із іншої гілки /сторінки/
2	Подія на виході із “дверей” (верхня або підверхня)		Подія, яка з′являється після логічного узгодження на вході
3	Оператор “або”		Оператор, який забезпечує вихід, якщо відбудеться одне або більше вхідних подій
4	Оператор “і”		Оператор, який забезпечує вихід тільки якщо відбудеться кожна із вхідних подій
5	Первинна основна подія		Подія, яка не потребує подальшої розробки
6	Вторинна основна подія		Подія, яка не розроблена до власної причини через відсутність інформації або через низький ризик

При побудові логіко-імітаційних моделей використано оператори ”І” та “АБО”. Взаємодія між подіями та процесами, які викликають відмови машини можна представити у вигляді схеми (дерева відмов) (рис. 1).

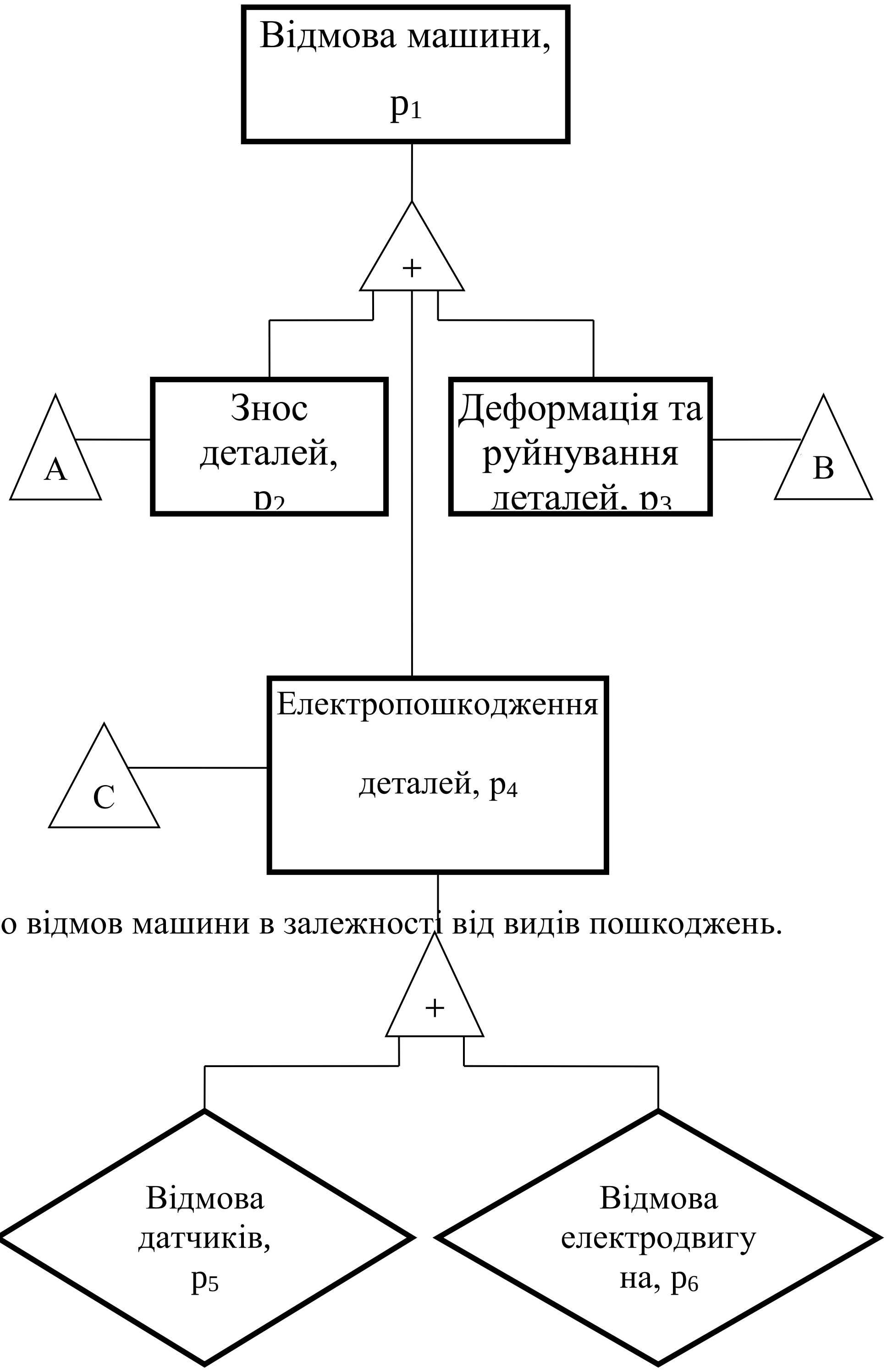


Рис. 1 - Дерево відмов машини в залежності від видів пошкоджень.

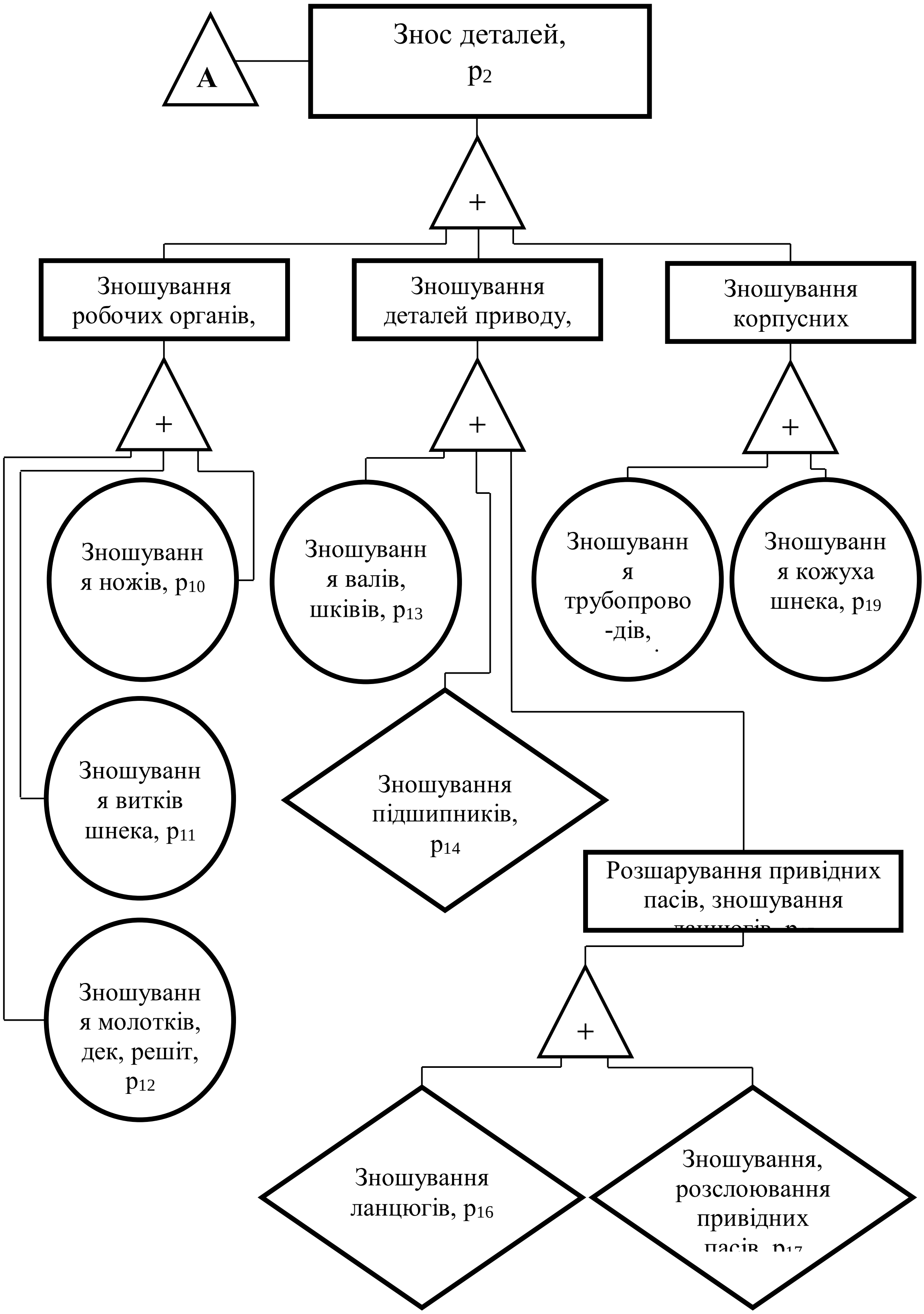


Рис. 2 - Гілка дерева відмов “Знос деталей”.

На схемі виділені найбільш важливі події які суттєво впливають на надійність машини, як складної системи. Більш глибокий аналіз втрати працездатності машини в результаті зносу деталей та їх руйнування представлено на рис.2, та рис.3. Використовуючи побудовані моделі формування відмов зв`язок між подіями можна представити аналітично у вигляді відповідних рівнянь алгебри логіки. Ймовірності виникнення базових подій згідно відомого рівняння:

$$p_i = \frac{n_i}{N} \qquad (1)$$

де p_i – ймовірність виникнення базової події;
n_i – кількість відмов і-го виду;
N – загальна кількість відмов.

У відповідності до положень булевої алгебри рівняння для визначення ймовірностей відмов на знос (структура А, рис. 2) можуть бути представлені в наступному вигляді:

$$p_7 = p_{10} + p_{11} + p_{12} - p_{10} \cdot p_{11} - p_{10} \cdot p_{12} - p_{11} \cdot p_{12} + p_{10} \cdot p_{11} \cdot p_{12};$$

$$p_8 = p_{13} + p_{14} + p_{15} - p_{13} \cdot p_{14} - p_{13} \cdot p_{15} - p_{14} \cdot p_{15} + p_{13} \cdot p_{14} \cdot p_{15};$$

(2)

$$p_9 = p_{18} + p_{19} - p_{18} \cdot p_{19};$$

$$p_2 = p_7 + p_8 + p_9 - p_7 \cdot p_8 - p_7 \cdot p_9 - p_8 \cdot p_9 + p_7 \cdot p_8 \cdot p_9;$$

У випадку втрати працездатності машиною з причин деформації та руйнування деталей (структура В, рис. 3), ймовірність відмов визначається наступними рівняннями:

$$p_{20} = p_{23} + p_{24} + p_{25} - p_{23} \cdot p_{24} - p_{23} \cdot p_{25} - p_{24} \cdot p_{25} + p_{23} \cdot p_{24} \cdot p_{25};$$

$$p_{21} = p_{26} + p_{27} + p_{28} - p_{26} \cdot p_{27} - p_{26} \cdot p_{28} - p_{27} \cdot p_{28} + p_{26} \cdot p_{27} \cdot p_{28};$$

$$p_{27} = p_{29} + p_{30} + p_{31} - p_{29} \cdot p_{30} - p_{29} \cdot p_{31} - p_{30} \cdot p_{31} + p_{29} \cdot p_{30} \cdot p_{31};$$

(3)

$$p_{22} = p_{32} + p_{33} + p_{34} - p_{32} \cdot p_{33} - p_{32} \cdot p_{34} - p_{33} \cdot p_{34} + p_{32} \cdot p_{33} \cdot p_{34};$$

$$p_3 = p_{20} + p_{21} + p_{22} - p_{20} \cdot p_{21} - p_{20} \cdot p_{22} - p_{21} \cdot p_{22} + p_{20} \cdot p_{21} \cdot p_{22};$$

Відмови приводів у зв’язку з поломками електричних систем (структура С, рис. 1) мають свою ймовірність, яка визначається більш простим рівнянням:

$$p_4 = p_5 + p_6 - p_5 \cdot p_6$$