

## Лекція №4 Математична теорія надійності.

1. Основні поняття і теореми.
2. Одиничні та комплексні показники надійності.
3. Збирання та обробка інформації про надійність. Теоретичні закони розподілу

Надійність сільськогосподарської техніки залежить від численних об'єктивних і суб'єктивних факторів, які знаходяться у тісній взаємозалежності.

Об'єктивні – дія навколишнього середовища і різноманітних руйнівних процесів (зношування, корозія, старіння та інших).

Суб'єктивні фактори – це ті, що залежать від діяльності людини: конструктивні рішення при проектуванні, вибір технологічних режимів та обладнання при виготовленні; вибір режимів при експлуатації, оптимізація системи технічного обслуговування і ремонту; дотримання вимог зберігання.

Залежність надійності сільськогосподарської техніки від багатьох різноманітних факторів призводить того, що поява відмов носить випадковий характер.

Оцінка надійності об'єктів (сільськогосподарської техніки) за допомогою математичних методів на основі узагальнення і накопичення статистичної інформації про їх роботу в реальних умовах експлуатації дозволяє виявити ймовірнісні закономірності і співвідношення між випадковими факторами. Для виявлення і опису цих закономірностей використовують теорію ймовірностей і математичну статистику – математичні науки, які вивчають закономірності процесів і масових явищ.

У теорії ймовірностей і математичній статистиці використовується цілий ряд понять і термінів, основними з яких є: дослід (експеримент, випробовування, спостереження), подія, ймовірність, випадкова величина.

Дослід – це практичне створення відтворюваної сукупності умов, в яких спостерігається певне явище та фіксується результат. При цьому людині належить вирішення важливої задачі: що саме спостерігати та які параметри спостерігати.

Подія – це явище, яке очікується в результаті дослідження, воно може статися або ж не статися.

Експлуатація сільськогосподарської техніки – це дослід (випробування), а настання відмови за певний інтервал часу - це подія. Подія – це кількісний результат випробування.

У теорії ймовірностей події поділяють на вірогідні, неможливі, випадкові, сумісні, несумісні, залежні, незалежні, рівно можливі.

Вірогідна – це подія, що обов'язково станеться в результаті дослідження. Приведемо приклади вірогідних подій: підвищення твердості вуглецевої сталі після загартування; збільшення зазору між гільзою та поршнем при зношуванні вказаних деталей; вібрація ротора після зношування молотків.

Неможлива – це подія, яка напевно не станеться в умовах дослідження. Згорання палива в двигуні внутрішнього згорання без виділення тепла, зношування молотків без зменшення маси, зміни розмірів і форми – неможливі події.

Випадкова – це подія, яка при проведенні досліду може статися або ж не статися. Відмова машини або перебування машини в працездатному стані в умовах звичайної експлуатації – випадкові події.

Сумісні події – це події, які не виключають появу інших подій. Наприклад, вигин і знос валу, зношування і деформування валу – є сумісними подіями, які призводять до відмови валу.

Несумісні – це події, коли одна з них виключає появу іншої події. Нормальна робота паливного фільтра грубого очищення та забруднення фільтруючого елемента фільтра, нормальна робота форсунки та робота форсунки без забезпечення відповідного тиску вприскування – є несумісними подіями.

Залежні події – це події, коли настання однієї подій зумовлюється появою (або ж не появою) іншої. Відмова паливної системи є причиною відмови двигуна і автомобіля в цілому.

Незалежні – це такі події, коли поява однієї з них не залежить від появи (або не появи) іншої події (знос корінних шийок вала не залежить від того що проходить знос шатунних шийок).

Рівноможливі – це події, коли ні одна з них не є більш можливою ніж інші (знос і втрата працездатності деталей форсунок циліндрів, встановлених в одному двигуні).

Повною групою подій – називається кілька несумісних подій, з яких при одному випробуванні настане хоча б одна. У випадку коли повна група складається з двох подій, ці події називаються протилежними (дві протилежні події - запускання А і не запуск двигуна В; ймовірність відмови  $P(t)$  та ймовірність безвідмовної роботи  $Q(t)$ ).

Ймовірність чисельно характеризує можливість появи (або не появи) події, яка вивчається. Розрізняють: математичну (теоретичну) та дослідну (або статистичну ймовірність).

Математична ймовірність події визначається за формулою:

$$P(A) = \frac{M}{N} ; \quad (1)$$

де  $P(A)$  – математична ймовірність події А;

М – кількість випадків, які сприяють появі події А;

Н – кількість всіх можливих подій випробування (несумісних, вірогідних та рівноможливих).

Ймовірність події виражається позитивним числом із значенням:

$$0 \leq P(A) \leq 1; \quad \text{чи } 0 \leq P(A) \leq 100\%.$$

При вирішенні технічних задач мають справу не з достовірними або не можливими, а з практично вірогідними та практично можливими подіями.

При випробуванні машин на надійність визначити математичну ймовірність появи значення показника надійності сільськогосподарської техніки практично не можливо, тому що обмежуються визначенням статистичної ймовірності. Статистичною ймовірністю (або відносною частотою події)

називається відношення кількості випадків появи подій до загальної кількості фактичних дослідів.

$$W(A) = \frac{m}{n} = \frac{m}{n} \cdot 100\%;$$

..

де  $m$  – кількість появ подій  $A$ ;  
 $n$  – загальна кількість дослідів.

Для визначення ймовірності складних подій, появи однієї з кількох сумісних або не сумісних подій, чи одночасному здійсненню незалежних подій, використовують формули додавання та множення ймовірностей.

Формула додавання ймовірностей дає змогу визначити ймовірність появи однієї події з групи однорідних подій

- для несумісних подій:

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i).$$

де  $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n)$  – ймовірність появи події  $A_1, A_2$  або  $A_n$   
 $A_1; A_2$  або  $A_n$  – попарно несумісні події;

- для двох сумісних подій:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

де  $A$  і  $B$  – сумісні події  $A$  і  $B$ ;

$P(A+B)$  – ймовірність події  $A$  або  $B$ ;

$P(A), P(B)$  – ймовірність появи події  $A$  чи події  $B$ ;

$P(AB)$  – ймовірність сумісної події подій  $A$  і  $B$ ;

Задача 1. Визначити ймовірність появи відмови гальмівної системи автомобіля через 100 тис. км пробігу, якщо ймовірність відмови підсистем відповідно становить: ножного 0,05, а ручного 0,01. Визначити ймовірність відмови гальмівної системи автомобіля в цілому:

$$P_{\text{сист}} = 0,05 + 0,01 - 0,05 \cdot 0,01 = ,00595.$$

Оскільки це події сумісні, то вони можуть виникати одночасно.

Формула множення дає можливість визначити ймовірність сумісної появи кількох незалежних подій.

$$P(A_1; A_2; A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n) = \prod_{i=1}^n P(A_i)$$

де  $P(A_1; A_2; A_n)$  - ймовірність сумісної появи подій  $A_1; A_2; A_n$ ;

$A_1; A_2; A_n$  – незалежні події ;

$P(A_1)$  – ймовірність події  $A_1$ ;

$P(A_i)$  – ймовірність події  $A_i$ .

Задача 2. Ймовірність безвідмовної роботи двигуна внутрішнього згорання становить – 0,85, ймовірність безвідмовної роботи ходової системи становить 0,9, а ймовірність безвідказної роботи коробки переміни передач – 0,95. Визначити ймовірність безвідмовної роботи автомобіля. Ймовірність безвідмовної роботи буде становити:

$$P_{\text{авт}} = P_{\text{двз}} \cdot P_{\text{кит}} \cdot P_{\text{кит}} = 0,85 \cdot 0,9 \cdot 0,95 = 0,73.$$

Випадкова величина – це змінна величини, яка в результаті досліду може приймати різні, заздалегідь невідомі значення. Випадкові величини поділяються на дискретні (перервні) та неперервні.

Дискретними називають випадкові величини, які приймають лише кінцеві, ціло чисельні значення (кількість відмов, які виникають протягом будь - якого напрацювання, кількість випадків безвідмовної роботи, кількість ремонтів, кількість технічних обслуговувань).

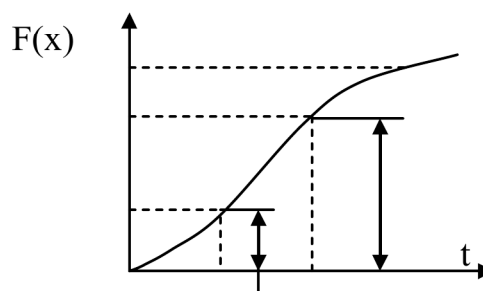
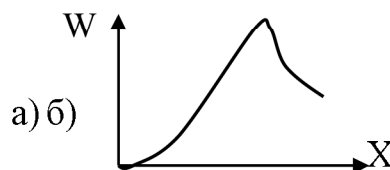
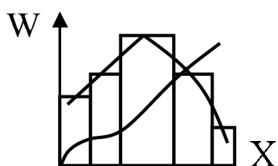
Неперервні – це такі випадкові величини, які приймають будь-які значення з певного кінцевого або не кінцевого інтервалу (напрацювання об'єкта на відмову, величина зносу деталі, ресурс деталі).

Поняття випадкової величини пов'язано з поняттям розподілу, тому для певної характеристики важливо вказати, наскільки часто вона приймає ці значення.

Розрізняють емпіричний і теоретичний розподіли.

Співвідношення яке встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкових величин та відповідними цим значенням ймовірностями наз. законом розподілу.

Інтегральна функція розподілу або функція нагромадження математичної ймовірності.



$$F(x) = P(x < x)$$

$$F(-\infty) = 0; \quad F(+\infty) = 1; \quad 1.0 \quad F(x_2)$$

в) визначення ймовірності перебування випадкової величини в інтервалі  $[x_1; x_2]$  в)

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$$

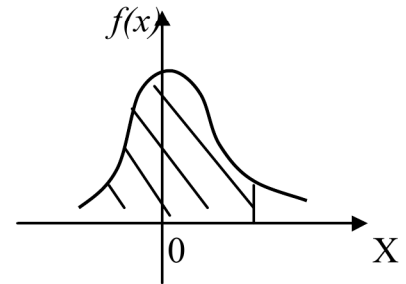
Диференціальну функцію розподілу випадкової величини  $f(x)$ , яку називають також щільністю розподілу, - це перша похідна від інтегральної функції, тобто  $f(x) = F(x)$ .

Основні властивості:

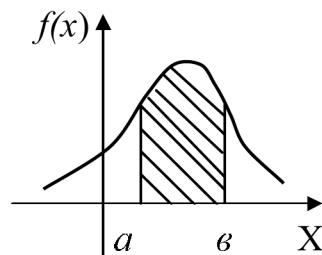
- щільність невід'ємна:  
 $f(x) \geq 0;$

- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$  - вся площа обмежена віссю абсцис і графіком диференціальної функції дорівнює одиниці.
- інтервал  $[-\infty; x]$ ;

$$\int_{-\infty}^x f(x)dx = F(x)$$



- $P(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a)$



Математичним сподіванням випадкової величини називається сума добутків всіх можливих значень випадкової величини на відповідні їм ймовірності. Значення математичного сподівання для дискретних та неперервних величин можна розрахувати за наступними формулами:

Мода ( $M_0$ ) перервної випадкової величини – таке значення випадкової величини якому відповідає максимальна щільність розподілу.

Мода емпіричної сукупності – це значення випадкової величини, яке зустрічається найчастіше.

Медіана ( $M_e$ ) теоретичного розподілу – це значення випадкової величини, відносно якого рівномірно отримали більше чи менше значення випадкової величини.

Дисперсія випадкової величини – це математичне співвідношення квадрату відхилення цієї величини від її математичного сподівання.

Для дискретної величини:

$$D_x = (x_i - M_x)^2 \cdot P_i;$$

де  $M_x$  – математичне сподівання випадкової величини;

$x_i$  -  $i$  – те значення випадкової величини;

для неперервної величини:

$$D_x = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M_x)^2 f(x)dx.$$

Середня кількість відказів:  $m_{cep}(t) = \frac{\sum_{i=1}^N m_i(t)}{N}$ ;

де  $N$  – кількість об'єктів, що відновлюються.

$m_i(t)$  – кількість відказів кожного з цих об'єктів до напрацювання  $t$ .

ДОВГОВІЧНІСТЬ.

$$T_{др(ср)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{др(ср)k}$$

Середній ресурс (строк служби) – це математичне сподівання ресурсу (строку служби).

Гамма – процентний ресурс – напрацювання протягом якого об'єкт, не досягне граничного стану із заданою ймовірністю  $\gamma$  а процентів.

$$P(t, \gamma) = \frac{\gamma}{100}$$

Призначений ресурс – сумарне напрацювання об'єкта, при досягненні якого експлуатація припиняється незалежно від його стану.