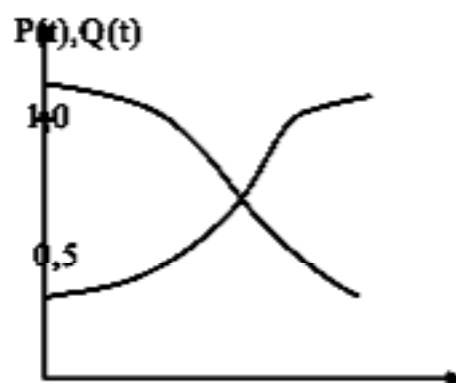


Лекція №5 Математична теорія надійності

Показники безвідмовності.

$T_{сер} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$ - математичне сподівання напрацювання до першого відказу.



$$P(t) + Q(t) = 1$$
$$P(t) = 1 - \frac{n(t)}{N_0}$$

$$Q(t) = \frac{n(t)}{N_0}$$

$$\lambda(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t)\Delta t}$$

За наближеною статистичною формулою:

$$\lambda(t) = \frac{\Delta N(\Delta t)}{N(t)\Delta t}$$

$N(t)$ – кількість об'єктів робоздатних до моменту часу.

$\Delta N(\Delta t)$ – кількість об'єктів, що відказали, за час Δt

Δt – заданий достатньо малий інтервал часу.

$$\lambda(t) = \frac{1}{T}; \lambda(t) = \frac{1}{Q}$$

T – середній час роботи, год.

Q – середня кількість подрібненого продукту.

Параметр відказів:

$$\omega(t) = \frac{m_{cep}(t + \Delta t) - m_{cep}(\Delta t)}{\Delta t}$$

Для тракторів, комбайнів та іншої с/г техніки значення $\gamma = 80\%$ ($t_\gamma = 80$) тобто у 80% машин ресурс при випробуванні або спостереженні повинен перевищувати встановлену величину $t_\gamma = 80$.

РЕМОНТОЗДАТНІСТЬ.

$$t_e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{ei} - \text{середній час випробувань.}$$

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{t_{TOi} + t_{ремi} + t_{відi}}{T_{оп(МР)}} - \text{середні питомі витрати часу.}$$

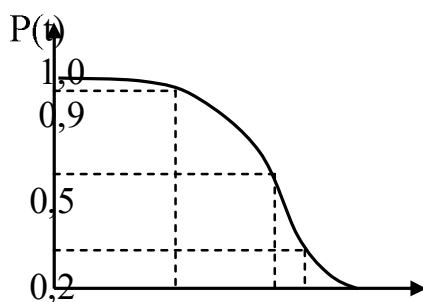
$$\bar{P}_{ПИ} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{P_{TOi} + P_{ремi} + P_{відi}}{T_{ДР(МР)}} - \text{середні питомі витрати праці.}$$

$$\bar{C}_{ПИ} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{C_{TOi} + C_{ремi} + C_{відi}}{T_{ДР(МР)}} - \text{середні питомі витрати *****.}$$

ЗБЕЕРЕЖЕНІЙСТЬ.

$$\bar{t}_{ЗБ} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{ЗБ,i} - \text{середній час збереження.}$$

$$C_{ЗБ} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{C_{ЗБ,сум}}{T_{ДР(МР)}} - \text{середні питомі витрати на зберігання техніки.}$$



$\tau_3 = 20\%$ - при зберіганні протягом цього строку виходять з ладу 80% об'єктів.

$\tau_1 = 90\%$ - ий.. строк збереженості об'єктів не відновлюється.

$\tau_2 = 5\%$ - ий середній строк збереженості.

Комплексні показники надійності:

$$K_T = \frac{T}{T + T_{\text{від.}}};$$

$$K_{TB} = \frac{T_{\text{СУМ}}}{T_{\text{СУМ}} + T_{\text{РЕМ}} + T_{\text{ТО}}};$$

$$C_H = C_M + C_{\text{РП}} + C_{\text{ЗБ}} + C_{\text{ПР}}$$

$$C_{\text{ПР}} = C_{\text{год.пр}} T_{\text{пр}} W;$$

$$C_M = \frac{K}{T_n} \quad \begin{array}{l} \text{— вартість} \\ \text{— повний ресурс} \end{array}$$

$$W \text{ — параметр відказу, } \frac{1}{\text{год.}}$$

Ймовірності випадкових величин такі як наробіток на відказ, середній час відновлення робото здатності розподіляються нерівномірно і утворюють функції щільності розподілу $f(x)$ тієї чи іншої випадкової величини яка характеризується надійність виробу.

Основна задача теорії надійності полягає в тому щоб виявити цю функцію $f(t)$, яка б найдужче співпадала з об'єктивною реальністю.

У теорії надійності найчастіше використовують такі закони:

1. Нормальний (Гауса).
2. Вейбулла – Гнеденко.
3. Експоненціальний.
4. Біномінальний.
5. Пуассона.

1, 2, 3 – для неперервних величин.

4, 5 – для дискретних величин.

Дискретні – це ті величини, що приймають лише кінцеві після значення (кількість відказів, кількість ремонтів).

Неперервні – це ті випадкові величини, які приймають будь які значення з неперервного кінцевого або не кінцевого інтервалу.

Композиція законів.

На практиці, при аналізі надійності машин мають справу зі складними об'єктами, в яких можливі різні фізичні причини відказів окремих елементів об'єкта. Різні види відказів підвладні своїм специфічним законам.

Так у складних об'єктів закони розподілу відказів і несправностей – це сполучення багатьох різних розподілів.

Якщо випадкова величина являє собою суму незалежних випадкових величин, кожна з яких підпорядкована своєму закону розподілу, то закон розподілу суми визначається за законом розподілу доданків:

$$u = x + y + z;$$

Композиція випадкових величин з нормальним розподілом – це також нормальний закон.

Якщо маємо велику кількість розподілів за умовою, що дисперсії складових розподілів мають незначні відмінності, тоді розподіл композиції наближений до нормального.

Збирання та обробка інформації про надійність технічних об'єктів.

Ці процеси пов'язані з необхідністю дослідження випадкових подій.

Загальні вимоги до інформації про надійність такі: повнота інформації, вірогідність, однорідність, дискретність, своєчасність.

При статистичній оцінці вивчаються сукупності предметів або явищ (деталі утв. сукупності за розмірами, відхиленнями).

Статистична сукупність – складається з однорідних продуктів, які мають якісну спільність.

У випадку, коли мають справу з кількісною ознакою, її наз. статистичною змінною.

Генеральна або загальна сукупність містить усі досліджувані об'єкти, яких вибирають необхідні для спостереження.

Вибірні або вибіркова сукупність – певна кількість об'єктів, відібраних із сукупності, що досліджується для отримання інформації.

Об'єм сукупності – це кількість об'ємів цієї сукупності.

Задачі системи збирання і обробки є :

- визначення та оцінка ПН;
- виявлення конструктивних і технологічних недоліків.
- Визначення закономірностей відказів;
- Каналізація норм витрат запасних частин;
- Обробка результатів експериментальних даних.

Розбіжність між теоретичним законом розподілу і припущеним (теоретичним) результатом знаходять за критерієм згоди.

Критерій згоди Коллорова.

$$m_{i\text{ТЕОР}} = \frac{\Delta x N}{\sigma} f(x) \quad \text{або} \quad m_{i\text{ТЕОР}} = \frac{h}{S} N \varphi(t)$$

Δx ; h – теоретичного закону розподілу.

$$t = \frac{x - Mx}{\sigma};$$

$$\lambda = \frac{\sum_1^i m_i - \sum_1^i m_{i\text{ТЕОР}}}{N} \max * \sqrt{N} = D_{\max} * \sqrt{N}$$

$\sum_1^i m_i$ - нагромаджена частота;

D_{\max} – найбільша різниця:

$$\lambda = [Fn(x) - F(x)]\sqrt{N}$$

$$P(x) > 0.05$$

- Критерій Пірсона

$$\chi^2 = \sum \frac{m_i - m_{i/ТЕО}}{m_{i/ТЕО}}$$

$$\mathfrak{R} = n - r - 1,$$

де n – кількість частот;

r – кількість параметрів.

Оцінювання точності.

Надійним інтервалом наз. інтервал $[m^* - \delta; m^* + \delta]$, який покриває невідомий параметр із заданою надійністю α .

m^* - статистична характеристика.

$$m_H = m^* - \delta = m_1 - \text{нижня межа};$$

$$m_G = m^* + \delta = m_2 - \text{верхня межа};$$

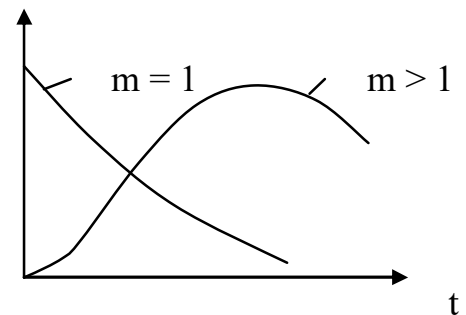
$$I_a = m_2 - m_1 - \text{інтервал.}$$

$$m_H = m^* - t \frac{\delta}{\sqrt{n}}; m_G = m^* + t \frac{\delta}{\sqrt{n}}$$

5. Гамма розподіл $f(t)$

$$f(t) = \frac{t^{m-1}}{T_1^m \Gamma(m)}$$

- характеризує відкази від втомленості.



Для ЗНР – двопараметричний, симетричний

$\pm 3\sigma$ - 99,73% - відхилення включає

$\pm 2\sigma$ - 95,5% - кількість об'єктів

$\pm \sigma$ - 68,5%

Нормована функція Лапласа.

$$P(t_1) < t < P(t_2) = F(t_2) - F(t_1) = F_0\left(\frac{t_2 - T}{\sigma}\right) = F_0\left(\frac{t_1 - T}{\sigma}\right)$$

При від'ємних t маємо: $F_0(t) = 1 - F_0(t)$.

Для експоненціальної $\bar{T} = \frac{1}{\lambda}$

λ - інтенсивність – це середня кількість подій за одиницю часу.

Вейбула – Гнодена – має широке застосування виходячи із коефіцієнт аваріації визначаються основні параметри цього закону.

$$F(t) = \int_{-\infty}^T f(t) dt - \text{йм} - \text{сть} \text{в} \text{ідказу}.$$

$$P(t) = \int_T^{+\infty} f(t) dt - \text{йм} - \text{сть} \text{безв} \text{ідказної} \text{роботи}.$$

f – щільність розподілу ймовірностей появи випадкової величини.

1. Закон нормальний симетричний, двопараметричний
 σ, \bar{T}

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\bar{T})^2}{2\sigma^2}}$$

2. Закон Вейбулла-Гнеденко $f(t) = \frac{mt^{m-1}}{T_1} e^{-\frac{t^m}{T_1}}$

$$f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{x-c}{a} \right)^{b-1} e^{-\left(\frac{x-c}{a} \right)^b}$$

a, b, c – параметри . (3 – й параметричний).

3. Закон експоненціальний
 $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ λ - одно параметричний,
характеризує аварійні відкази.

4. Закон Релея

$$f(x) = \frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$