

1.1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ

Оглавление

Основи кінематики	1
Параметри руху (радіус-вектор, переміщення, швидкість, прискорення).	1
Кінематичне рівняння.	1
Траєкторія.....	2
переміщення.....	2
Шлях	2
Миттєва швидкість	3
Середнє прискорення:	3
Миттєве прискорення:.....	3
Кутове прискорення:.....	3
Повне прискорення	4

Основи кінематики

Параметри руху (радіус-вектор, переміщення, швидкість, прискорення).

Положення матеріальної точки (МТ) у системі координат (та в системі відліку) можна дати двома еквівалентними способами: вказати значення всіх трьох координат x, y, z МТ, або вказати значення її радіус - вектора $\vec{r}$, тобто вектора, що проведений у МТ з початку координат $(0,0,0)$. Координати x, y, z МТ є при цьому проекціями радіус-вектора $\vec{r}$ на осі x, y, z . Використовуючи одиничні вектори $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ можна виразити радіус - вектор через його проєкції:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

При русі точки її координати та радіус-вектор змінюються з часом.

Кінематичне рівняння.

Функціональні залежності координат точки або її радіус - вектора від часу називаються **кінематичними рівняннями** руху матеріальної точки :

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1)$$

або

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (2)$$

Три рівняння (1) є скалярними, а рівняння (2) – векторним.

Траєкторія

Траєкторією МТ називається сукупність всіх точок, які проходить точка в процесі руху. Це і є та крива лінія, вздовж якої проходить рух матеріальної точки. Залежно від форми траєкторії говорять про прямолінійний та криволінійний рух, а серед криволінійних - виділяють рух по колу. Механічний рух є відносним: його характер та траєкторія залежить від вибору системи відліку.

переміщення

Вектор, що з'єднує початкове та кінцеве положення радіус-вектора називається вектором **переміщення** (рис. 1). Вектор переміщення, таким чином, є зміною радіус-вектора чи **приростом радіус-вектора**. Довжина відрізка траєкторії (довжина дуги) з точки 1 в точку 2 називається **шляхом**.

Шлях

Шлях – скалярна величина, на відміну від переміщення, що є векторною величиною. Модуль вектора переміщення завжди за величиною менший або рівний величині шляху. При прямолінійному русі модуль вектора переміщення рівний пройденому шляху.

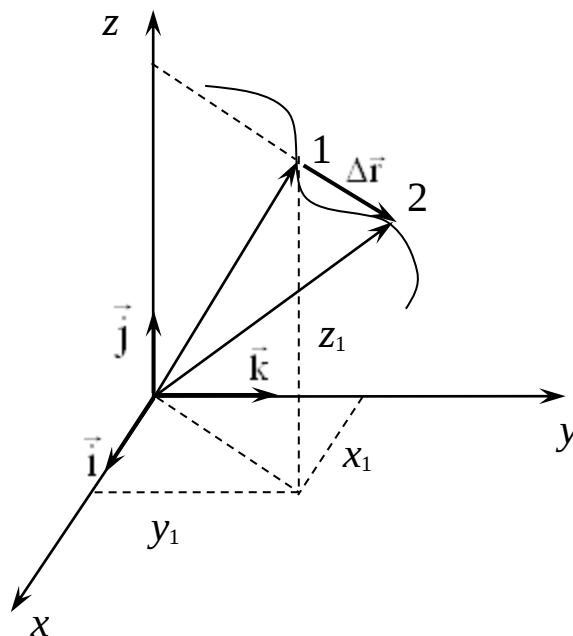


Рис. 1.

Кінематичне рівняння руху матеріальної точки (центра мас твердого тіла) при русі вздовж однієї осі x:

$$x = f(t),$$

де $f(t)$ – деяка функція часу.

Середня шляхова швидкість:

$$\langle V \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

де Δs – шлях, який пройшла точка за інтервал часу Δt . Шлях Δs на відміну від різниці координат не може зменшуватись і приймати від'ємні значення, тобто $\Delta s \geq 0$.

Миттєва швидкість

Миттєва швидкість – це похідна радіус-вектора за часом:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad \text{при } \Delta t \rightarrow 0; \quad \text{або} \quad \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Значення проекції швидкості на одну з осей, наприклад, на вісь x :

$$V_x = \frac{dx}{dt}.$$

Вектор швидкості направлений у кожній точці траєкторії по дотичній, а вираз через проекції вздовж осей має вигляд:

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}.$$

Середнє прискорення:

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta V_x}{\Delta t}.$$

Миттєве прискорення:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Кінематичне рівняння руху матеріальної точки по колу:

$$\varphi = f(t), \quad r = R = \text{const}.$$

Кутова швидкість:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Кутове прискорення:

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}.$$

Зв'язок між лінійними та кутовими величинами, які характеризують рух точки по колу:

$$V = \omega \cdot R, \quad a_\tau = \beta \cdot R, \quad a_n = \omega^2 \cdot R,$$

де V – лінійна швидкість; a_τ та a_n – тангенціальне та нормальне прискорення; ω – кутова швидкість; β – кутове прискорення; R – радіус кола.

Повне прискорення

Повне прискорення $\vec{a}$ точки, що рухається по криволінійній траєкторії, може бути знайдено як геометрична сума тангенціального прискорення $\vec{a}_\tau$, що направлене за дотичною до траєкторії, та нормального прискорення $\vec{a}_n$, що направлене до центра кривизни траєкторії (рис. 2):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Оскільки вектори $\vec{a}_\tau$ та $\vec{a}_n$ взаємно перпендикулярні, то модуль повного прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Враховуючи, що тангенціальне та нормальне прискорення точки рівні, відповідно:

$$a_\tau = \beta R, \quad a_n = \omega^2 R,$$

де ω – кутова швидкість тіла; β – його кутове прискорення, отримуємо:

$$a = \sqrt{\beta^2 R^2 + (\omega^2 R)^2} = R \sqrt{\beta^2 + \omega^4}.$$

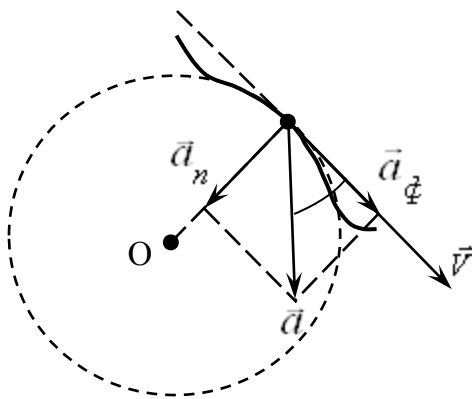


Рис. 2

Кут між повним $\vec{a}$ та нормальним $\vec{a}_n$ прискореннями (рис. 3):

$$\varphi = \arccos(a_n / a).$$

