Тема 9. Електроємність

Оглавление

1 Закон Кулона:

$$F = \frac{\left|Q_1 Q_2\right|}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2},$$

де F – модуль сили взаємодії точкових зарядів Q_1 і Q_2; r – відстань між зарядами; ε – діелектрична проникність середовища; ε_0 – електрична стала.

2 Напруженість та потенціал електричного поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{\mathrm{Q}} \text{ та } \varphi = \frac{\Pi}{\mathrm{Q}},$$

де P – потенціальна енергія точкового позитивного заряду Q, який знаходиться в цій точці поля (за умови, що потенціальна енергія заряду, віддаленого в нескінченність, приймається рівною нулю).

Сила, яка діє на точковий заряд, що знаходиться в електричному полі, та потенціальна енергія цього заряду:

$$\vec{F} = \mathrm{Q}\vec{E} \quad \text{та} \quad P = Q\varphi .$$

Напруженість та потенціал поля, який створює система точкових зарядів (принцип суперпозиції електричних полів):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \quad \text{та} \quad \varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i ,$$

де $\vec{E}_i$, φ_i – напруженість та потенціал полів, що створюються окремими зарядами у даній точці поля.

Модуль напруженості та потенціал електростатичного поля, створеного точковим зарядом:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2} \quad \text{та} \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r},$$

де r – відстань від заряду Q до точки, в якій визначається напруженість та потенціал.

Напруженість та потенціал поля, що створюється металічною зарядженою сферою радіусом R на відстані r від центра сфери.

$$\text{а) } E = 0\ ,\quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} \quad (\text{при } r < R);$$

$$\text{б) } E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2},\quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} \quad (\text{при } r = R);$$

$$\text{в) } E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},\quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \quad (\text{при } r > R),$$

де Q – заряд сфери.

Якщо заряджені тіла не є точковими, то тіла уявно розбиваються на нескінченно малі ділянки, які можна розглядати як точкові заряди і до яких можна застосовувати відповідні формули.

Наприклад, якщо заряд Q рівномірно розподілений на нитці або циліндрі довжиною ℓ з лінійною густиною заряду

$$\tau = \frac{Q}{\ell},$$

то нескінченно мала ділянка довжиною $d\ell$ із зарядом $dQ = \tau d\ell$ може розглядатися як точковий заряд, для якого

$$d\vec{E} = \frac{\tau d\ell}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}}{r}\ ;\qquad d\varphi = \frac{\tau d\ell}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що спрямований від виділеного елемента $d\ell$ до точки, в якій вираховується напруженість електростатичного поля.

Використовуючи принцип суперпозиції електричних полів, інтегруванням знаходимо напруженість $\vec{E}$ та потенціал φ поля, який створюється розподіленим зарядом:

$$\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_\ell \frac{d\ell}{r^2}\frac{\vec{r}}{r};\qquad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_\ell \frac{d\ell}{r}.$$

Тут інтегрування ведеться вздовж всієї довжини ℓ зарядженої лінії.

Модуль напруженості поля, що створюється нескінченною прямою рівномірно зарядженою ниткою чи нескінченно довгим циліндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r},$$

де r – відстань від нитки або осі циліндра до точки, напруженість поля якої розраховується.

Заряджену поверхню, заряд якої Q рівномірно розподілений по поверхні площею S, можна характеризувати поверхневою густиною заряду

$$y = \frac{Q}{S}.$$

Модуль напруженості поля, яка створюється нескінченною рівномірно зарядженою площиною:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

3 Зв'язок потенціалу електростатичного поля з напруженістю поля:

а) $\vec{E} = -grad\ \varphi$ чи $\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k} \right)$ – у загальному випадку;

б) $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$ – у випадку однорідного поля;

в) $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ – у випадку поля, що має центральну або осьову симетрію.

Електричний диполь – це система з двох рівних за модулем точкових зарядів протилежного знаку. Електричний момент диполя:

$$\vec{p} = |\mathrm{Q}|\,\vec{\ell},$$

де Q – заряд; $\vec{\ell}$ – плече диполя (векторна величина, направлена від від'ємного заряду до позитивного та чисельно рівна відстані між зарядами).

Робота сил поля з переміщення заряду Q із точки поля з потенціалом φ_1 у точку з потенціалом φ_2:

$$A_{12} = \mathrm{Q}(\varphi_1 - \varphi_2).$$

4 Електроємність

провідника: $C = \frac{\mathrm{Q}}{\varphi}$, конденсатора: $C = \frac{\mathrm{Q}}{U}$,

де φ – потенціал провідника (за умови, що на нескінченності потенціал провідника приймається рівним нулю); U – різниця потенціалів між пластинами конденсатора.

Електроємність сфери радіусом R, яка віддалена від інших тіл:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R.$$

Електроємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

де S – площа пластини (однієї) конденсатора; d – відстань між пластинами.

Електроємність C батареї конденсаторів:

а) $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$ (при послідовному з'єднанні);

б) $C = \sum_{i=1}^{N} C_i$ (при паралельному з'єднанні),

де N – кількість конденсаторів у батареї.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{QU}{2}; \quad W = \frac{CU^2}{2}; \quad W = \frac{Q^2}{2C}.$$

Об'ємна густина енергії електричного поля

$$w = \frac{1}{2} e_0 e E^2 .$$

Сила постійного електричного струму:

$$I = \frac{\mathrm{Q}}{t},$$

де Q – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час t.

Густина струму:

$$j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Зв'язок густини струму з середньою швидкістю $< \vec{v} >$ направленого руху заряджених частинок:

$$\vec{j} = qn < \vec{v} >,$$

де q – заряд частинки; n – концентрація заряджених частинок.

5 Закон Ома:

а) для однорідної ділянки кола (на якій на діють сторонні сили):

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – різниця потенціалів (напруга) на кінцях ділянки кола; R – опір ділянки;
б) для повного (замкнутого) кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

де ε – електрорушійна сила джерела струму (е. р. с.); R – опір зовнішньої ділянки кола; r – внутрішній опір джерела.

6 Правила Кірхгофа:

$$\text{а)} \sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \text{ (перше правило);}$$

$$\text{б)} \sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i}^{m} \varepsilon_i \text{ (друге правило),}$$

де $\sum_{i=1}^{n} I_i$ – алгебраїчна сума сил струмів, які сходяться у вузлі;

$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i$ – алгебраїчна сума добутків сил струму на опори (суми падіння напруги); $\sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i$ – алгебраїчна сума е. р. с.

Опір R та провідність G провідника:

$$R = \frac{\rho l}{S}; \qquad G = \frac{\gamma S}{l},$$

де ρ – питомий опір; $\gamma = \frac{1}{\rho}$ – питома провідність; l – довжина провідника; S – площа поперечного перерізу провідника.

Опір системи провідників:

$$\text{а)} \; R = \sum_{i=1}^{n} R_i \text{ (при послідовному з’єднанні);}$$

$$\text{б)} \; \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \text{(при паралельному з’єднанні),}$$

де R_i – опір i-го провідника.

7 Робота постійного струму:

$$A = IUt, \; A = I^2 Rt, \; A = \frac{U^2 t}{R}.$$

Перша формула дійсна для будь-якої ділянки кола, на кінцях якого підтримується напруга U, останні дві – для ділянки, яка не включає джерела струму.

8 Потужність струму:

$$P = IU\ ; \quad P = I^2 R\ ; \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

9 Закон Джоуля-Ленца:

При протіканні постійного струму силою I в провіднику з опором R за час t виділяється кількість теплоти Q .

$$Q = I^2 Rt\ .$$

Якщо сила струму в провіднику змінюється, то закон Джоуля-Ленца справедливий для нескінченно малого інтервалу часу:

$$dQ = I^2 Rdt\ ,$$

де $I = f(t)$. У випадку лінійної залежності сили струму від часу $I = kt$.

Кількість теплоти, що виділиться за деякий час $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 Rdt = \int_{t_1}^{t_2} [f(t)]^2 Rdt\ .$$

10 Закон Ома в диференціальній формі:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}\ ,$$

де γ – питома провідність провідника; $\vec{E}$ – напруженість електричного поля; $\vec{j}$ – густина електричного струму.

Зв'язок питомої провідності з рухливістю b заряджених частинок (іонів):

$$\gamma = qn(b_+ + b_-)\ ,$$

де q – заряд іона; n – концентрація іонів; b_+ і b_- – рухливість позитивних та негативних іонів.