ЗМІСТ

1 СТІЙКІСТЬ ФОРМИ РІВНОВАГИ СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ

Література: [1] с. 207–217, с. 222–235, с. 252–256, с. 281–294; [2] с. 391–423, с. 456–474, с. 507–508, с. 520–542; [3] с. 343–359, с. 360–366, с. 369–380; [4] с. 411–419; [5] с. 486–502; [6] с. 539–577; [7] с. 258–286.

Основні поняття та ключові слова розділу: ***стійкість несучих конструкцій, стійкість положення, стійкість форми рівноваги, втрата стійкості першого роду, біфуркація, втрата стійкості другого роду, критичний стан, критичне навантаження, критерії стійкості, коефіцієнт приведення довжини стиснутого стержня, розрахункова (приведена) довжина стиснутого стержня, гнучкість, коефіцієнт поздовжнього згину, критичне напруження.***

1.1 Програма та методичні вказівки до тем курсу

Вказівки. Питання про стійкість окремих стержнів розглядалися в курсі опору матеріалів. У будівельній механіці вивчаються більш складні задачі втрати стійкості форми рівноваги для стержнів, стержневих й інших систем. При вивченні матеріалу необхідно засвоїти поняття про стійкість (стійке та нестійке положення, стійка та нестійка форма рівноваги у деформованому стані), критерії втрати стійкості форми рівноваги та методи розрахунку на стійкість форми рівноваги стержневих систем, критичне навантаження тощо. Крім того, необхідно розглянути втрату стійкості форми рівноваги у межах пружності та за її межами. Необхідно також ознайомитися з основними методами розрахунку на стійкість форми рівноваги пружних стержневих систем: статичним, енергетичним і динамічним.

При вивченні статичного методу, який зводиться до розв’язання диференціальних рівнянь стиснуто-зігнутого стержня при різних кінематичних умовах на його кінцях (розглянути розв’язок методом початкових параметрів) або до розв’язання системи алгебраїчних однорідних рівнянь методу переміщень. Необхідно засвоїти поняття роздвоєння форм рівноваги (*біфуркація*) та алгоритм методу розрахунку. Критичне навантаження визначається при таких припущеннях: зовнішні сили прикладені у вузлах системи до втрати нею стійкості форми рівноваги викликають тільки деформації стиску. При складанні рівнянь розрахунку таких систем на стійкість форми рівноваги враховуються лише деформації згину.

Складаючи рівняння рівноваги для стиснутої стержневої системи при розрахунку її на стійкість форми рівноваги необхідно звернути особливу увагу на те, що ці рівняння є неоднорідними алгебраїчними рівняннями, а система, що складається з таких рівнянь буде мати безліч дійсних коренів розв’язку, коли її головний визначник буде дорівнювати нулю (при цьому тривіальний розв'язок не має фізичного змісту). Такий головний визначник математики називають характеристичним (віковим) рівнянням, а в будівельній механіці – рівнянням втрати стійкості.

Формули методу переміщень для розрахунку рам на стійкість форми рівноваги та таблиці спеціальних (трансцендентних) функцій наведені у додатках А і Б. Розрахункові схеми рам для виконання РГР і вихідні дані до них наведені у додатках Г та В.

1.2 Алгоритм розрахунку плоских рам на стійкість форми рівноваги

Для рами, вибраної згідно з варіантом необхідно:

- знайти ступінь кінематичної невизначуваності;
- вибрати основну систему методу переміщень;
- записати систему канонічних рівнянь методу переміщень для розрахунку рами на стійкість форми рівноваги;
- записати рівняння втрати стійкості форми рівноваги;
- знайти коефіцієнти рівняння втрати стійкості форми рівноваги, використовуючи формули, наведені у додатку А;
- знайти співвідношення між параметрами стиснутих стержнів рами;
- розв'язати рівняння втрати стійкості форми рівноваги методом ітерацій (послідовних наближень), алгоритм розв'язку якого наведений в п. 1.3;
- обчислити значення критичних поздовжніх зусиль для стиснутих стержнів і критичного навантаження;
- знайти розрахункову довжину кожного стиснутого стержня.

1.3 Алгоритм розв'язання рівняння втрати стійкості форми рівноваги

1. Визначається значення параметрів t_i у кожному j-ому стиснутому стержні.

$$t_j^2 = \frac{N_j \cdot l_j}{i_j} = \frac{N_j \cdot l_j^{\,2}}{EI_j}, \; (j = 1,2,3,\ldots,m),$$

де m – кількість стиснутих стержнів.

2. Приймають за базовий (t_0) будь-який із параметрів t_j і виражають співвідношення між параметрами t.

$$K_0 = \frac{t_0}{t_0} = 1;\ \ldots;\ K_j = \frac{t_j}{t_0};\ \ldots;\ K_n = \frac{t_n}{t_0}.$$

3. Всі параметри t_j виражаються через базовий t_0.

$$t_j = K_j \cdot t_0.$$

4. Задаються початковими значеннями базового параметра $t_0 = 0$ і визначають інші параметри, що виражені через базовий.

5. Підставляють у характеристичне рівняння втрати стійкості форми рівноваги відповідні значення t_j, які виражені через t_0, й обчислюють значення визначника на першій ітерації.

6. Задається крок Δt_0 зміни базового параметра t_0, тобто

$$t_0 = t_0 + \Delta t_0 .$$

7. Методом послідовних наближень (ітерацій) визначають значення визначника на наступній ітерації згідно з пунктом 5. Ітерації виконують до тих пір (пункти 5, 6, 7), поки не буде переміни знака визначника (D), тобто так, як це зображено на графіку. Виконання пунктів 5, 6, 7 дозволяє відокремити значення критичного параметра з похибкою до значення кроку Δt_0.

8. В інтервалі $t_i < t_0 < t_{i+1}$ уточнюють критичне значення базового параметра t_0^{cr} методом половинного ділення. Обчислення виконують до тих пір, поки

$$\left| t_{0i} - t_{0i+1} \right| \le \varepsilon ,$$

де ε – наперед задана точність обчислення критичного значення базового параметра t_0^{cr}.

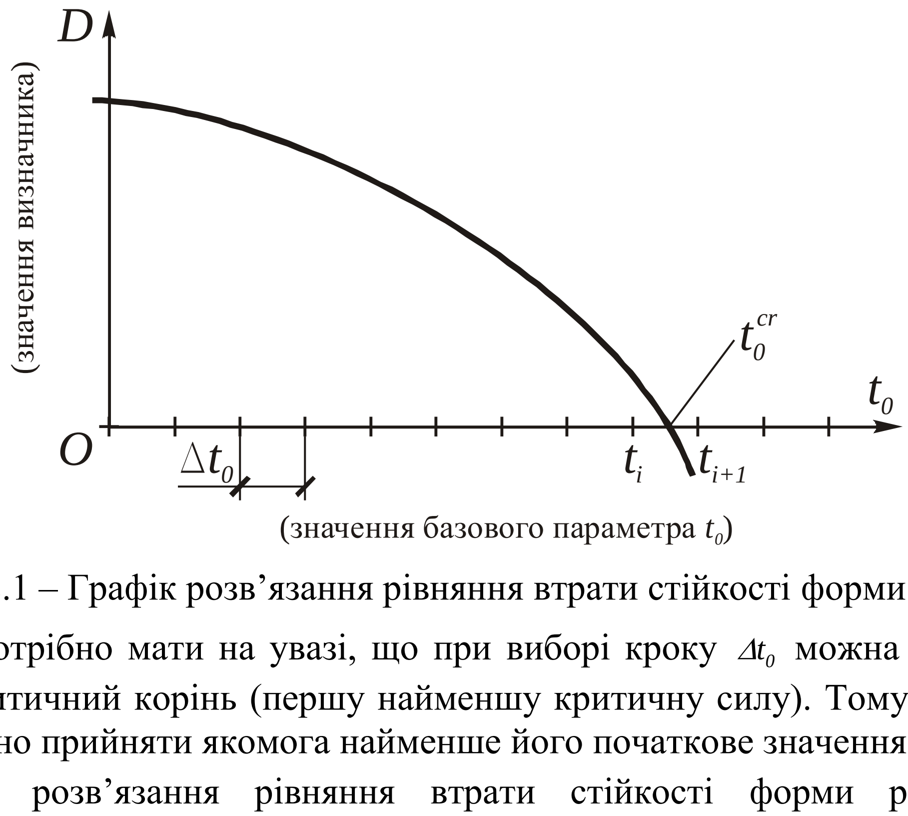


Рисунок 2.1 – Графік розв’язання рівняння втрати стійкості форми рівноваги

9. Потрібно мати на увазі, що при виборі кроку Δt_0 можна пропустити перший критичний корінь (першу найменшу критичну силу). Тому при виборі Δt_0 необхідно прийняти якомога найменше його початкове значення.

Після розв’язання рівняння втрати стійкості форми рівноваги й визначення критичних параметрів t_i^{cr} стиснутих стержнів і критичного навантаження визначаються коефіцієнти приведення довжин стиснутих стержнів μ_i та розрахункові їх довжини.

$$\mu_i = \frac{\pi}{t_i^{cr}} ; \; l_{0i} = l_i \mu_i .$$

Маючи значення розрахункових довжин, можна визначити гнучкості стержнів λ_i, коефіцієнти поздовжнього згину φ_i і критичні напруження σ_i^{cr}.

Указаний вище алгоритм реалізований у програмі для ПЕОМ.

Питання для самоконтролю.

1. Що таке стійкість стержневих систем?
2. Основні гіпотези та припущення теорії стійкості форми рівноваги.
3. Які критерії та методи застосовують при розрахунках стійкості форми рівноваги стержневих систем?
4. Виконайте розв'язок задачі стійкості форми рівноваги стиснутого стержня з шарнірними опорами на кінцях статичним методом.
5. Обґрунтуйте узагальнення формули Ейлера для критичної сили стиснутого стержня з шарнірними опорами для випадків іншого закріплення його кінців. Що таке приведена довжина стиснутого стержня?
6. Обґрунтуйте межі застосування формули Ейлера.
7. Отримайте диференціальне рівняння стиснуто-зігнутого стержня у формі методу початкових параметрів.
8. Отримайте формули методу переміщень для стиснутих стержнів із різним закріпленням їх кінців.
9. Алгоритм розрахунку стійкості форми рівноваги стиснутих рам методом переміщень.
10. Урахування симетрії стержневих систем при розрахунках стійкості форми рівноваги.
11. Поясніть межі зміни приведеної довжини стиснутих стержнів.
12. Особливості розрахунку стійкості форми рівноваги стержневих систем, що працюють за межами пружності матеріалу.

2 ДИНАМІКА СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ

Література: [1] с. 5–17, с. 19–27, с. 36–44, с. 46–53, с. 70–89, с. 98–112, с. 115–124, с. 126–143; [2] с. 4–33, с. 48–62, с. 72–95, с. 101–118, с. 134–138, с. 149–152; [3] с. 399–446, с. 455–465; [4] с. 501–536, с. 546–550; [5] с. 507–539, с. 546–548; [6] с. 397–568; [7] с. 287–306.

Основні поняття та ключові слова розділу: ***динамічне навантаження, сили інерції, ступінь вільності динамічної системи, частота та період вільних (власних) коливань, дисипативні сили, збурюючі сили, спектр частот і форми вільних коливань, резонанс, короткочасний резонанс, коефіцієнт динамічності, активна й пасивна віброізоляція.***

2.1 Програма та методичні вказівки до тем курсу

Задачі та методи динаміки стержневих систем (споруд). Основні гіпотези та поняття. Різновиди динамічного навантаження.

Вільні (власні) коливання динамічної системи з одним ступенем вільності. Диференціальне рівняння вільних коливань та його розв'язання. Врахування сил опору коливанням. Диференціальні рівняння вільних коливань системи з кінцевим числом ступенів вільності та їх розв'язання. Частотне (вікове, характеристичне) рівняння.

Спектр частот вільних коливань. Головні форми коливань та їх властивості. Визначення характеристик головних форм вільних коливань. Врахування симетрії.

Вимушені коливання. Дія гармонійної збурюючої сили на динамічну систему з одним ступенем вільності. Вимушені коливання системи з кінцевим числом ступенів вільності. Урахування сил опору.

Динамічні зусилля та переміщення при дії синхронного збурюючого навантаження. Врахування симетрії.

Основи розрахунку споруд на дію сейсмічного навантаження.

Поняття про коливання системи з нескінченним числом ступенів вільності.

Практичне використання досягнень науки у розв'язанні задач коливання інженерних споруд. Нормативні вимоги щодо міцності, витривалості, жорсткості елементів споруд, а також вимоги техніки безпеки до впливу коливань на людину, механізми чи технічний процес.

Шкідливі коливання та заходи боротьби з ними: конструктивні, віброізоляція, віброгасіння.

Вказівки. Необхідно засвоїти основні особливості розрахунку конструкцій на дію динамічного навантаження: залежність зовнішнього навантаження, внутрішніх сил і переміщень від часу, вплив розподілу маси конструкції на сили інерції, вплив дисипативних сил.

Важливо усвідомити, що від виду динамічного навантаження та ступеня вільності динамічної системи залежить характер деформування та переміщення динамічно навантаженої конструкції.

При вивченні понять вільних і вимушених коливань систем необхідно звернути особливу увагу на складання рівнянь руху для динамічних систем з одним і багатьма ступенями вільності, а також диференціального рівняння поперечних коливань динамічної системи з нескінченним числом ступенів вільності. Крім того, необхідно уяснити фізичний зміст рівнянь рівноваги динамічної системи, частотного рівняння та їх запис, одержання спектра частот вільних коливань і відповідних їм форм власних коливань, вплив початкових умов, збурюючого навантаження та дисипативних сил на характер коливань системи.

Важливим для практичних розрахунків є метод розкладання збурюючих сил (переміщень) за формами власних коливань і визначення максимальних динамічних зусиль та переміщень. Крім того, необхідно ознайомитися з методами розрахунку динамічних систем на дію сейсмічного навантаження й методами боротьби з шкідливими коливаннями: конструктивними заходами, віброізоляцією та гасінням коливань.

Розрахункові схеми рам для виконання РГР і вихідні дані до них наведені у додатках Д та В.

2.2 Алгоритм розрахунку вільних коливань динамічної системи з кінцевим числом ступенів вільності

Для розрахункової схеми динамічної системи (рами), вибраної відповідно до номера залікової книжки (індивідуального плану), необхідно:

- визначити ступінь вільності;
- записати диференціальні рівняння вільних коливань;
- одержати частотне рівняння;
- визначити спектр частот вільних коливань і характеристики головних форм коливань;
- побудувати головні форми коливань і виконати перевірку їх ортогональності.

2.3 Алгоритм розрахунку вимушених коливань динамічної системи з кінцевим числом ступенів вільності

Для розрахункової схеми динамічної системи (рами), необхідно:

- визначити ступінь вільності;
- записати рівняння рівноваги при вимушених коливаннях;
- обчислити максимальні сили інерції та амплітудні переміщення в точках прикладання мас;
- побудувати епюри максимальних динамічних внутрішніх зусиль;
- визначити максимальні амплітудні переміщення в точках прикладання мас, використовуючи епюру максимальних динамічних моментів, і порівняти їх зі значеннями, обчисленими з системи рівнянь динамічної рівноваги;
- обчислити динамічні коефіцієнти за зусиллями та переміщеннями в точках прикладання мас;
- побудувати деформовану схему системи при вимушених коливаннях.

2.4 Визначення спектра частот і форм власних коливань динамічних систем із кінцевим числом ступенів вільності методами ітерацій та вичерпування

Вільні коливання динамічної системи з ***n*** ступенями вільності описуються системою ***n*** лінійних однорідних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами:

$$\begin{cases} y_1 = -m_1 \dfrac{d^2 y_1}{dt^2}\delta_{11} - m_2 \dfrac{d^2 y_2}{dt^2}\delta_{12} - \ldots - m_n \dfrac{d^2 y_n}{dt^2}\delta_{1n} \\ y_2 = -m_1 \dfrac{d^2 y_1}{dt^2}\delta_{21} - m_2 \dfrac{d^2 y_2}{dt^2}\delta_{22} - \ldots - m_n \dfrac{d^2 y_n}{dt^2}\delta_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n = -m_1 \dfrac{d^2 y_1}{dt^2}\delta_{n1} - m_2 \dfrac{d^2 y_2}{dt^2}\delta_{n2} - \ldots - m_n \dfrac{d^2 y_n}{dt^2}\delta_{nn} \end{cases} \qquad (3.1)$$

При умові, що точкові маси системи здійснюють гармонійні коливання, розв'язок системи (3.1) має вигляд

$$\begin{cases} y_1 = v_1 \sin(\omega t + \varphi_0); y_2 = v_2 \sin(\omega t + \varphi_0); \ldots; y_n = v_n \sin(\omega t + \varphi_0) \\ \ddot{y}_1 = -v_1\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0); \ddot{y}_2 = -v_2\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0); \ldots; \ddot{y}_n = -v_n\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0). \end{cases} \qquad (3.2)$$

Після підстановки (3.2) в (3.1) і скорочення на $\sin(\omega t + \varphi_0)$ одержимо систему однорідних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих амплітуд переміщень точкових мас (v_{ij}):

$$\begin{cases} (m_1\delta_{11} - \lambda_i)v_{1i} + \ldots + m_n\delta_{1n}v_{ni} = 0 \\ m_1\delta_{21}v_{1i} + (m_2\delta_{22} - \lambda_i)v_{2i} + \ldots + m_n\delta_{2n}v_{ni} = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ m_1\delta_{21}v_{1i} + \ldots + (m_n\delta_{nn} - \lambda_i)v_{ni} = 0 \end{cases}, \qquad (3.3)$$

де $\lambda_i = \dfrac{1}{\omega_i^2}$; ω_i – i-та колова частота власних коливань; v_{ni} – амплітуда коливань n-ої маси з i-тою частотою.

У матричній формі система рівнянь динамічної рівноваги (3.3) має вигляд

$$(A_1 - \lambda_i E)\vec{v}_i = 0, \qquad (3.4)$$

де $A_1 = A \cdot M$; $A = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \ldots & \delta_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \ldots & \delta_{nn} \end{pmatrix}$; $M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & m_n \end{pmatrix}$;

$m_1, m_2, \ldots, m_n$ – точкові маси системи;

E – одинична матриця; A – матриця податливості;

δ_{ik} – статичне переміщення i-тої маси від k-тої одиничної сили ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$; $k = 1, 2, 3, \ldots, n$);

λ_i – i-те власне число матриці A_1 ($i = 1,2,3,\ldots,n$);

$\vec{v}_i$ – i-тий власний вектор матриці A_1; $\vec{v}_i = \begin{pmatrix} v_{1i} \\ v_{2i} \\ \dots \\ v_{ni} \end{pmatrix}$.

Для того, щоб система (3.4) мала розв’язок (проблема власних значень), який відрізняється від нульового ($v_{1i} \neq 0, v_{2i} \neq 0, \dots, v_{ni} \neq 0$), необхідно, щоб головний визначник системи (4) дорівнював нулю:

$$det(A_1 - \lambda_i E) = 0 . \tag{3.5}$$

Рівняння (3.5) називають характеристичним (частотним або віковим) рівнянням вільних коливань.

Для пружної системи, стійкої в стані спокою, рівняння (3.5) має в загальному випадку ***n*** дійсних коренів λ_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$).

Ряд чисел λ_i і частот ω_i, розташованих у порядку зростання частот (зменшення λ_i), називається спектром власних чисел λ_i і власних частот ω_i, а їм відповідає спектр форм власних коливань системи з ***n*** ступенями вільності.

Оскільки система (3.4) однорідна, то із неї може бути визначено лише співвідношення між компонентами v_{ik}. Якщо визначник системи (3.5) дорівнює нулю, то це означає, що залежність між рівняннями системи (3.4) – лінійна. Один із компонентів приймаємо за одиницю, після чого відповідний стовпець у системі (3.4) перетворюється в стовпець вільних членів. Із ***n*** рядків системи (3.4) вибирають будь-які ***n-1***, що утворюють систему неоднорідних алгебраїчних рівнянь відносно інших ***n-1*** компонентів вектора.

Таким чином розв’язавши систему алгебраїчних рівнянь ***n-1*** порядку (попередньо обчисливши визначник (3.5), тобто визначивши значення частот вільних коливань) ***n*** разів, обчислюють відповідні головні форми коливань. Але це досить трудомісткий і роздільний процес. Існують інші методи розв’язання таких задач. В основному всі вони зводяться до визначення власних чисел і відповідних їм власних векторів для співвідношення

$$A_1 \vec{v}_i = \lambda_i \vec{v}_i . \tag{3.6}$$

Для визначення власних чисел λ_i і відповідних їм власних векторів $\vec{v}_i$ досить зручним є метод ітерацій у сполученні з методом вичерпувань.

Задаючись довільним вектором $\vec{v}_1^{(0)}$ на нульовій ітерації, наприклад:

$$\vec{v}_1^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix},$$

підставляємо його в ліву частину виразу (3.6) й одержуємо

$$A_1 \vec{v}_1^{(1)} = \lambda_1^{(0)} \vec{v}_1^{(0)} ,$$

де $\lambda_1^{(1)}$ – перше наближення старшого власного числа λ_1; $\vec{v}_1^{(1)}$ – перше наближення вектора (перша форма коливань), координата $v_{1,1}$ якого дорівнює 1.

Підставляючи в ліву частину виразу (3.6) $\vec{v}_1^{(1)}$, одержимо $\lambda_1^{(2)}$, $\vec{v}_1^{(2)}$ і т. д. Процес ітерації закінчується, коли $\left|\vec{v}_1^{(j-1)} - \vec{v}_1^{(j)}\right| \le \varepsilon$, де ε – наперед задана точність обчислень.

Методом ітерацій можна визначити лише перше власне число λ_1 та відповідний власний вектор $\vec{v}_1$. Для одержання λ_2 і $\vec{v}_2$ необхідно одержати матрицю A_2, що буде мати такі ж власні числа й вектори, як і матриця A_1, за винятком λ_1 та $\vec{v}_1$, котрі будуть дорівнювати нулю.

Останнє дає можливість до матриці A_2 застосувати метод ітерацій та знайти λ_2 та $\vec{v}_2$ і т. д.

Матриця A_2 визначається згідно з виразом (3.7) за методом вичерпування:

$$A_2 = A_1 - \lambda_1 \vec{v}_1 \vec{u}_1', \tag{3.7}$$

де $\vec{u}_1'$ – транспонований у матрицю-рядок власний вектор матриці A_1', котрий визначають методом ітерацій. При цьому вектори $\vec{v}_1$ і $\vec{u}_1'$ повинні бути нормовані так, щоб $\sum_{k=1}^{n} v_{k,1} u_{k,1} = 1$, тобто

$$\alpha = 1 \cdot u_{11} + v_{21} u_{21} + \ldots + v_{n1} u_{n1}; \; u_{ki}' = \frac{u_{ki}}{\alpha}.$$

Послідовне використання виразу (3.7) дає можливість знайти всі власні числа та відповідні їм власні вектори матриці A_1, тобто значення частот і відповідні їм форми вільних коливань.

За наведеною вище методикою був розроблений алгоритм і програма для ПЕОМ, яка дає можливість одержати частоти та відповідні їм форми вільних коливань динамічної системи з ***n*** ступенями вільності методами ітерацій і вичерпування. При цьому необхідно відмітити, що яке б власне число λ_i ми не приймали за початкове із власного вектора матриці A_1, то в кінцевому результаті спектр частот залишається таким самим, а форми коливань взаємно ортогональними.

Питання для самоконтролю.

1. Задачі та методи динаміки стержневих систем (споруд).
2. Ступінь вільності динамічної системи та методи розрахунку її на дію динамічного навантаження.
3. Виконайте розрахунок вільних коливань динамічної системи з одним ступенем вільності без урахування й з урахуванням сил опору. Вкажіть основні механічні характеристики системи при коливаннях та вплив початкових умов.
4. Виконайте розрахунок вимушених коливань динамічної системи з одним ступенем вільності без урахування та з урахуванням сил опору. Поясніть зміст коефіцієнта динамічності та його залежність від сил опору.

5. Виконайте розрахунок вільних коливань динамічної системи з *n* ступенями вільності. Складіть частотне (вікове) рівняння, визначте спектр частот вільних коливань.

6. Матрична форма частотного рівняння. Визначення власних чисел та векторів, їх використання.

7. Головні форми коливань та їх властивості.

8. Одержання характеристик головних форм.

9. Виконайте розрахунок вимушених коливань динамічної системи з *n* ступенями вільності без урахування сил опору. Визначення коефіцієнтів динамічності.

10. Виконайте розкладання збурюючих сил за головними формами коливань. Розрахунок динамічних систем при резонансі.

11. Наведіть заходи боротьби зі шкідливими коливаннями.

ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лащеников, Н.Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1984. – 415 с.

2. Киселев, В.А. Строительная механика. Специальный курс. – 3-е изд., исправ. и доп. / В.А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1980. – 616 с.

3. Строительная механика стержневых систем и оболочек / Ю.И. Бутенко, С.Н. Кан, В.П. Пустовойтов, и др.. – К.: Вища школа, 1980. – 488 с.

4. Дарков, А.В. Строительная механика. – 8-е изд., перераб. и доп. / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высшая школа, 1986. – 600 с.

5. Дарков, А.В. Строительная механика. – 7-е изд., перераб. и доп. / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высшая школа, 1976. – 599 с.

6. Баженов, В.А. Будівельна механіка. Комп’ютерні технології: підручник / В.А. Баженов, А.В. Перельмутер, О.В. Шишов. – К.: Каравела, 2009. – 696 с.

7. Баженов, В.А. Будівельна механіка: розрахункові вправи. Задачі. Комп’ютерне тестування: навч. посібник / В.А. Баженов, Г.М. Іванченко, О.В. Шишов. – К.: Каравела, 2006. – 344 с.

Допоміжна

8. Строительная механика. Руководство к практическим занятиям / под ред. Ю.И. Бутенко. – К.: Вища шк., 1989. – 367 с.

9. Безухов, Н.И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах. – 3-е изд., перераб. и доп. / Н.И. Безухов, О.В. Лужин, Н.В. Колкунов. – М.: Высшая школа, 1987.–264 с.

10. Ржаницын, А.Р. Строительная механика / А.Р. Ржаницын. – М.: Высшая школа, 1982. –400 с.

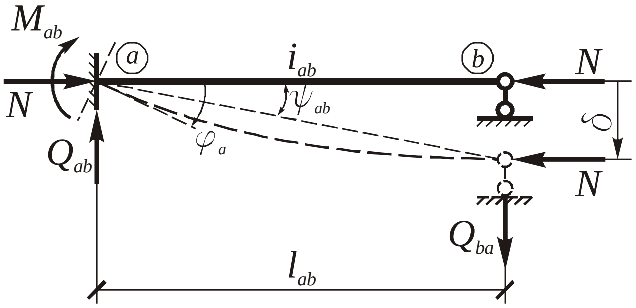
11. Ржаницын, А.Р. Строительная механика / Ржаницын А.Р. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1991. – 439 с.

12. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (основы теории устойчивости, динамики сооружений и расчета пространственных систем) / под ред. Г.К. Клейна. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1972. – 320 с.

Додаток А

Формули для розрахунку стержневих систем на стійкість форми рівноваги методом переміщень у розгорнутій формі

Стержень із одним защемленим, а другим шарнірно обпертим кінцями



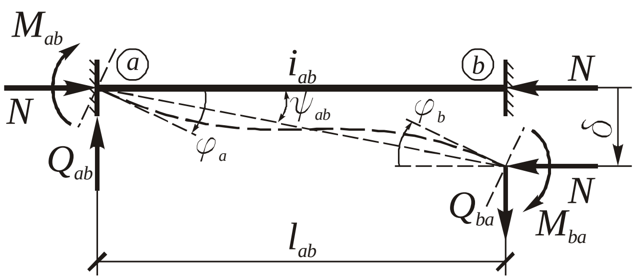
$$\boxed{\begin{aligned} M_{ab} &= i_{ab}\bar{\alpha}_{ab}(\varphi_a - \psi_{ab}); \\ Q_{ab} &= Q_{ba} = -\frac{i_{ab}}{l_{ab}}(\bar{\alpha}_{ab}\varphi_a - \bar{\gamma}_{ab}\psi_{ab}). \end{aligned}} \quad \boxed{\psi_{ab} = \frac{\delta}{l_{ab}}.} \quad \boxed{i_{ab} = \frac{EI_{ab}}{l_{ab}}.}$$

$$\boxed{t_{ab}^2 = \frac{N_{ab} \cdot l_{ab}^2}{EI_{ab}} = \frac{N_{ab} \cdot l_{ab}}{i_{ab}};} \quad \boxed{\bar{\alpha}_{ab} = \frac{t_{ab}^2 \cdot tgt_{ab}}{tgt_{ab} - t_{ab}};} \quad \boxed{\bar{\gamma}_{ab} = \frac{t_{ab}^3}{tgt_{ab} - t_{ab}}.}$$

За умови, що $t_{ab} = 0\,(N_{ab} = 0)$, $\bar{\alpha}_{ab} = \bar{\gamma}_{ab} = 3$.

При $Q_{ab} = Q_{ba} = 0$, $\boxed{M_{ab} = -i_{ab}t_{ab}tgt_{ab}\varphi_a.}$

Стержень із двома защемленими кінцями



$$\boxed{\begin{aligned} M_{ab} &= 2i_{ab}[\alpha_{ab}\varphi_a + \beta_{ab}\varphi_b - (\alpha+\beta)_{ab}\psi_{ab}]; \\ M_{ba} &= 2i_{ab}[\alpha_{ab}\varphi_b + \beta_{ab}\varphi_a - (\alpha+\beta)_{ab}\psi_{ab}]; \\ Q_{ab} &= Q_{ba} = -\frac{2i_{ab}}{l_{ab}}[(\alpha+\beta)_{ab}(\varphi_a + \varphi_b) - \gamma_{ab}\psi_{ab}]. \end{aligned}}$$

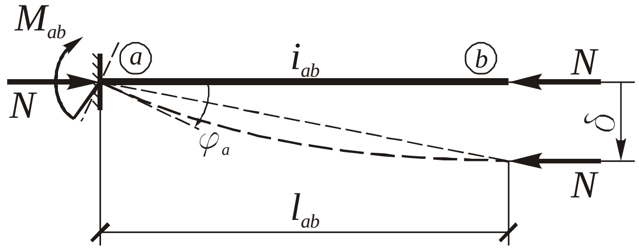
$$\boxed{\alpha_{ab} = \frac{t_{ab}}{2tgt_{ab}} \cdot \frac{tgt_{ab} - t_{ab}}{2tg\frac{t_{ab}}{2} - t_{ab}}}; \boxed{\beta_{ab} = \frac{t_{ab}}{2\,sint_{ab}} \cdot \frac{t_{ab} - sint_{ab}}{2tg\frac{t_{ab}}{2} - t_{ab}}}; \boxed{\gamma_{ab} = \frac{1}{2}\frac{t_{ab}^3}{2tg\frac{t_{ab}}{2} - t_{ab}}}.$$

При умові, що $t_{ab} = 0\,(N = 0)$, $\alpha = 2;\quad \beta = 1;\quad \gamma = 6.$

При $Q_{ab} = Q_{ba} = 0$,

$$\boxed{M_{ab} = i_{ab}\left(\frac{t_{ab}}{tgt_{ab}}\varphi_a - \frac{t_{ab}}{sint_{ab}}\varphi_b\right)}; \quad \boxed{M_{ba} = i_{ab}\left(\frac{t_{ab}}{tgt_{ab}}\varphi_b - \frac{t_{ab}}{sint_{ab}}\varphi_a\right)}.$$

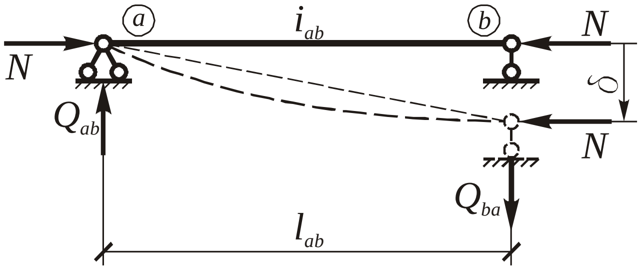
Стержень із защемленим кінцем



$$\boxed{M_{ab} = -\frac{EI}{l_{ab}}(t_{ab} \cdot tgt_{ab})\varphi_a = -(i_{ab} \cdot t_{ab} \cdot tgt_{ab})\varphi_a}.$$

При умові, що $t_{ab} = 0\,(N = 0), \quad M_{ab} = 0$.

Стержень шарнірно обпертий з обох кінців



$$\boxed{Q_{ab} = Q_{ba} = -\frac{i_{ab}}{l_{ab}^2}t_{ab}^2\delta}.$$

Позначення функцій М.Є. Жуковського ($\alpha, \beta, \gamma, \bar{\alpha}, \bar{\gamma}$) за А.В. Дарковим:

$$\boxed{\begin{array}{l} t = v; \quad \varphi_1(v) = \dfrac{\bar{\alpha}}{3}; \quad \varphi_2(v) = \dfrac{\alpha}{2}; \quad \varphi_3(v) = \beta; \\ \varphi_4(v) = \dfrac{\alpha + \beta}{3}; \quad \eta_1(v) = \dfrac{\bar{\gamma}}{3}; \quad \eta_2(v) = \dfrac{\gamma}{6}. \end{array}}$$

Додаток Б

Таблиця 1 – Значення спеціальних функцій для розрахунку рам на стійкість форми рівноваги методом переміщень у розгорнутій формі

t	$\alpha(t)$	$\beta(t)$	$\gamma(t)$	$\overline{\alpha}(t)$	$\overline{\gamma}(t)$	$t/sint$	t/tgt	$t\cdot tgt$	$\alpha(t)+\beta(t)$
0,00	2,000	1,000	6,000	3,000	3,000	1,000	1,000	0,000	3,000
0,10	1,999	1,000	5,994	2,998	2,988	1,002	0,997	0,010	2,999
0,20	1,997	1,001	5,976	2,992	2,952	1,007	0,987	0,041	2,998
0,30	1,994	1,002	5,946	2,982	2,892	1,015	0,970	0,093	2,995
0,40	1,989	1,003	5,904	2,968	2,808	1,027	0,946	0,169	2,992
0,50	1,983	1,004	5,850	2,950	2,700	1,043	0,915	0,273	2,987
0,60	1,976	1,006	5,784	2,927	2,567	1,063	0,877	0,410	2,982
0,70	1,967	1,008	5,706	2,901	2,411	1,087	0,831	0,590	2,975
0,80	1,957	1,011	5,616	2,870	2,230	1,115	0,777	0,824	2,968
0,90	1,945	1,014	5,514	2,834	2,024	1,149	0,714	1,134	2,959
1,00	1,932	1,017	5,399	2,794	1,794	1,188	0,642	1,557	2,950
1,10	1,918	1,021	5,273	2,749	1,539	1,234	0,560	2,161	2,939
1,20	1,902	1,025	5,134	2,699	1,259	1,287	0,467	3,087	2,927
1,30	1,885	1,030	4,984	2,644	0,954	1,349	0,361	4,683	2,914
1,40	1,866	1,035	4,821	2,584	0,624	1,421	0,241	8,117	2,901
1,50	1,845	1,040	4,646	2,518	0,268	1,504	0,106	21,152	2,886
1,60	1,823	1,046	4,459	2,446	-0,114	1,601	-0,047	-54,772	2,870
1,70	1,800	1,053	4,260	2,367	-0,523	1,714	-0,221	-13,084	2,852
1,80	1,774	1,060	4,048	2,282	-0,958	1,848	-0,420	-7,715	2,834
1,90	1,747	1,068	3,824	2,189	-1,421	2,008	-0,649	-5,561	2,815
2,00	1,718	1,076	3,588	2,088	-1,912	2,200	-0,915	-4,370	2,794
2,10	1,687	1,085	3,339	1,979	-2,431	2,433	-1,228	-3,591	2,772
2,20	1,655	1,095	3,078	1,861	-2,979	2,721	-1,601	-3,022	2,749
2,30	1,620	1,105	2,805	1,732	-3,558	3,084	-2,055	-2,574	2,725
2,40	1,583	1,116	2,519	1,591	-4,169	3,553	-2,620	-2,198	2,699
2,50	1,544	1,129	2,220	1,438	-4,812	4,177	-3,347	-1,868	2,673
2,60	1,503	1,142	1,909	1,270	-5,490	5,044	-4,322	-1,564	2,644
2,70	1,459	1,156	1,585	1,086	-6,204	6,318	-5,712	-1,276	2,615
2,80	1,413	1,171	1,248	0,883	-6,957	8,359	-7,876	-0,995	2,584
2,90	1,364	1,188	0,898	0,659	-7,751	12,121	-11,769	-0,715	2,552
3,00	1,312	1,206	0,536	0,408	-8,592	21,259	-21,046	-0,428	2,518
3,10	1,257	1,225	0,160	0,127	-9,483	74,554	-74,489	-0,129	2,483

Продовження таблиці 1

t	$\alpha(t)$	$\beta(t)$	$\gamma(t)$	$\overline{\alpha}(t)$	$\bar{\gamma}(t)$	$t / sint$	t / tgt	$t \cdot tgt$	$\alpha(t)+\beta(t)$
3,20	1,199	1,246	-0,229	-0,191	-10,431	-54,819	54,725	0,187	2,446
3,30	1,138	1,269	-0,631	-0,554	-11,444	-20,920	20,658	0,527	2,407
3,40	1,073	1,294	-1,046	-0,974	-12,534	-13,305	12,863	0,899	2,367
3,50	1,004	1,321	-1,474	-1,468	-13,718	-9,978	9,344	1,311	2,325
3,60	0,931	1,351	-1,916	-2,059	-15,019	-8,135	7,295	1,776	2,282
3,70	0,853	1,383	-2,372	-2,781	-16,471	-6,983	5,923	2,312	2,236
3,80	0,770	1,419	-2,842	-3,691	-18,131	-6,211	4,912	2,940	2,189
3,90	0,681	1,458	-3,325	-4,881	-20,091	-5,671	4,116	3,695	2,140
4,00	0,587	1,502	-3,823	-6,518	-22,518	-5,285	3,455	4,631	2,088
4,10	0,485	1,550	-4,335	-8,941	-25,751	-5,011	2,880	5,836	2,035
4,20	0,376	1,604	-4,862	-12,947	-30,587	-4,819	2,362	7,467	1,979
4,30	0,257	1,664	-5,403	-20,984	-39,474	-4,693	1,881	9,829	1,921
4,40	0,130	1,731	-5,959	-45,981	-65,341	-4,624	1,421	13,624	1,861
4,50	-0,010	1,807	-6,530	683,79	663,54	-4,603	0,970	20,868	1,797
4,60	-0,162	1,893	-7,117	44,008	22,848	-4,629	0,519	40,757	1,732
4,70	-0,329	1,992	-7,719	23,456	1,366	-4,700	0,058	379,350	1,663
4,80	-0,514	2,106	-8,338	16,207	-6,833	-4,818	-0,422	-54,647	1,591
4,90	-0,721	2,238	-8,973	12,439	-11,571	-4,988	-0,930	-25,811	1,516
5,00	-0,954	2,392	-9,624	10,084	-14,916	-5,214	-1,479	-16,903	1,438
5,10	-1,220	2,576	-10,293	8,439	-17,571	-5,509	-2,082	-12,492	1,356
5,20	-1,526	2,796	-10,980	7,196	-19,844	-5,886	-2,758	-9,805	1,270
5,30	-1,884	3,065	-11,684	6,200	-21,890	-6,368	-3,530	-7,957	1,180
5,40	-2,313	3,399	-12,408	5,365	-23,795	-6,988	-4,435	-6,575	1,086
5,50	-2,836	3,824	-13,150	4,636	-25,614	-7,795	-5,524	-5,476	0,987
5,60	-3,496	4,379	-13,913	3,980	-27,380	-8,871	-6,880	-4,558	0,883
5,70	-4,361	5,135	-14,697	3,370	-29,120	-10,351	-8,640	-3,760	0,774
5,80	-5,555	6,214	-15,503	2,791	-30,849	-12,484	-11,055	-3,043	0,659
5,90	-7,336	7,873	-16,331	2,226	-32,584	-15,781	-14,636	-2,378	0,537
6,00	-10,319	10,727	-17,184	1,665	-34,335	-21,473	-20,618	-1,746	0,408
6,10	-16,467	16,739	-18,061	1,097	-36,113	-33,487	-32,926	-1,130	0,272
6,20	-37,181	37,308	-18,965	0,510	-37,930	-74,618	-74,360	-0,517	0,127
6,28	-985,77	985,77	-19,709	0,020	-39,418	-1971,5	-1971,5	-0,020	0,005

Додаток В

Таблиці вихідних даних для виконання РГР

Таблиця 2 – Вихідні дані для розрахунку на стійкість

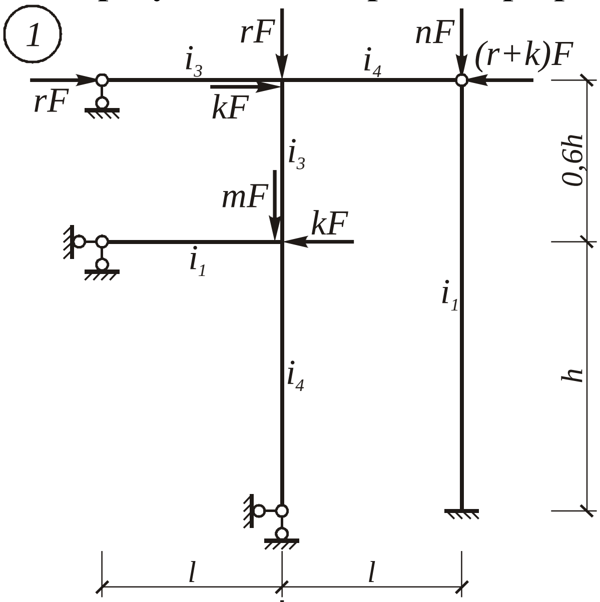
№ варіанту	i_1/i_0	i_2/i_0	i_3/i_0	i_4/i_0	$l\,/\,h$	r	m	n	k
1	1	1,2	2,3	3,4	2/3	1	2	3	4
2	1	1,3	2,4	3,5	3/4	8	7	6	5
3	1	1,4	2,5	3,6	5/8	1	8	2	7
4	1	1,5	2,6	3,7	1/2	3	6	4	5
5	1	4,2	5,3	2,4	3/5	2	4	6	8
6	1	4,3	5,4	2,5	2/3	1	8	1	3
7	1	4,4	5,5	2,6	3/4	2	7	8	6
8	1	4,5	5,6	2,7	5/8	3	6	2	4
9	1	5,2	6,4	3,6	1/2	4	5	7	5
10	1	5,4	6,6	3,8	3/5	3	5	7	9

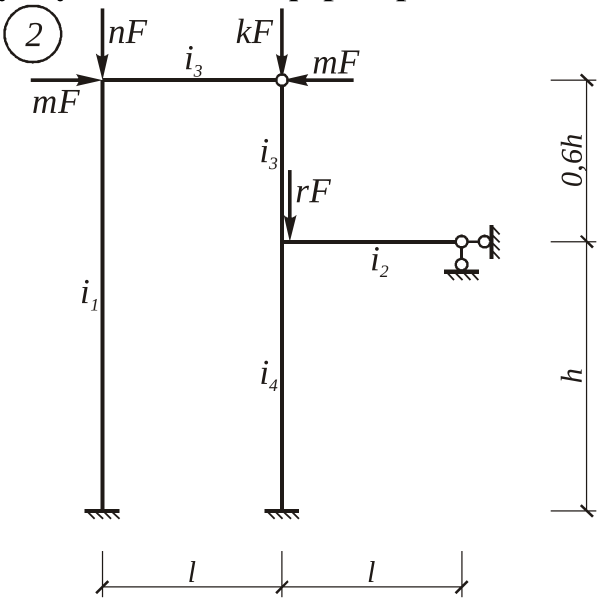
Таблиця 3 – Вихідні дані для динамічного розрахунку

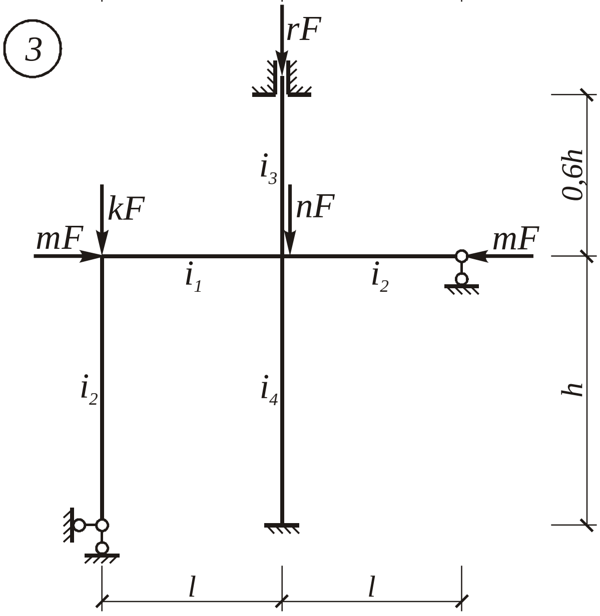
№ варіанту	l, м	h, м	Маси, т					N	Сили, кН			
			m_1	m_2	m_3	m_4	m_5		$F_а$	$F_б$	$F_в$	$F_г$
1	6,0	4,2	2	1	6	8	5	0,78	5	20	8	14
2	6,6	4,8	9	2	5	3	4	0,79	16	8	5	10
3	7,2	5,4	4	3	7	10	8	0,8	9	18	6	4
4	7,8	5,7	3	4	8	9	2	0,81	12	5	4	7
5	8,1	6,0	6	5	4	2	3	0,82	7	13	6	9
6	9,0	6,6	5	6	6	8	2	0,78	8	14	2	8
7	9,3	6,9	2	7	4	3	6	0,79	5	16	9	12
8	9,6	7,2	4	8	2	7	3	0,8	20	8	18	5
9	9,9	7,8	6	9	7	8	4	0,81	8	5	6	4
10	12	9	8	10	10	9	4	0,82	14	10	4	7

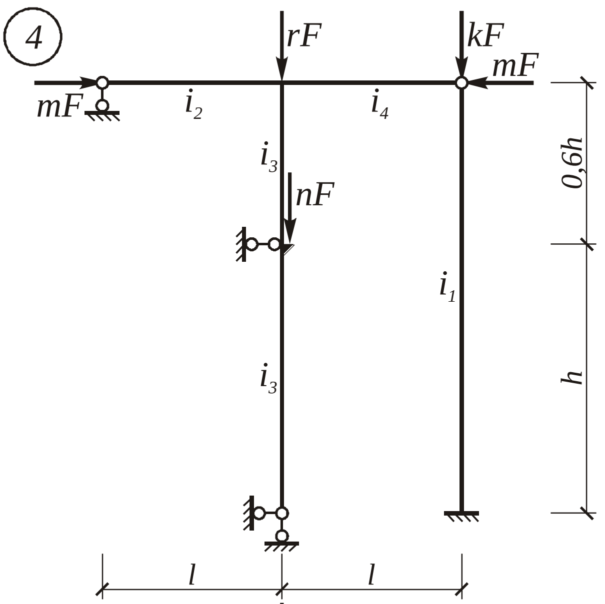
Додаток Г

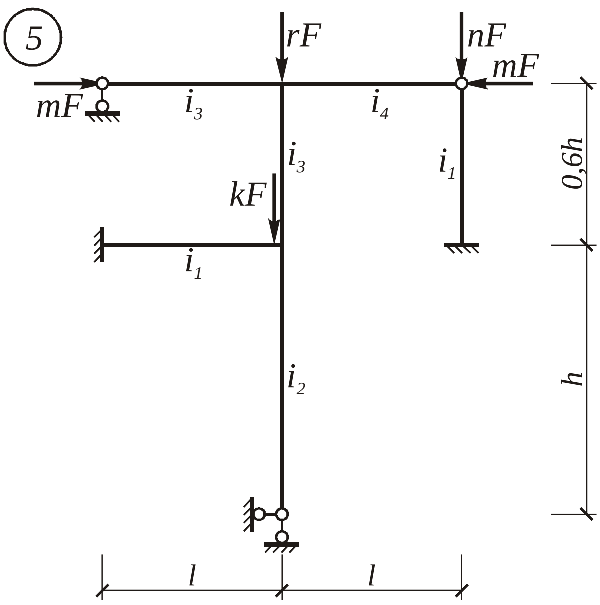
Розрахункові схеми рам для розрахунку на стійкість форми рівноваги

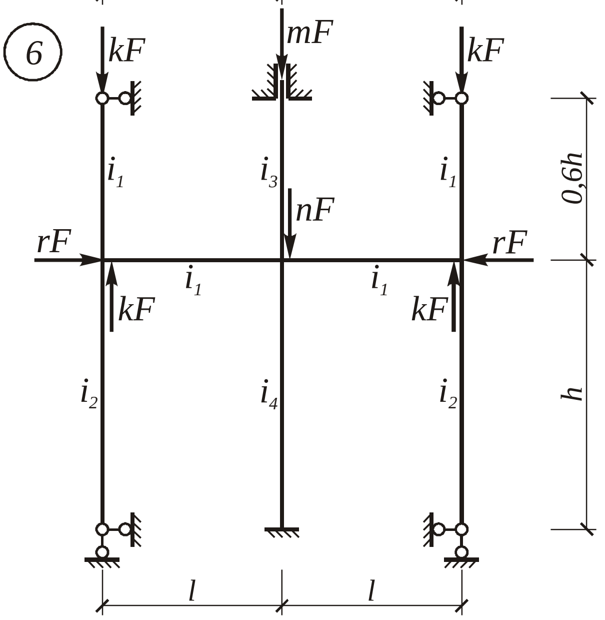


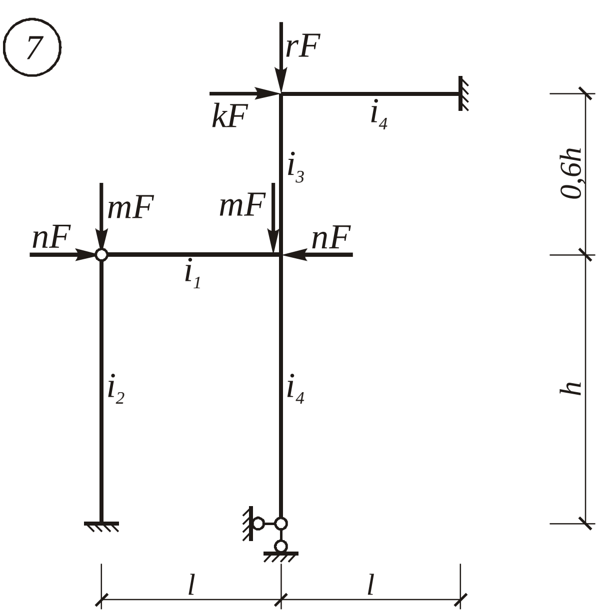


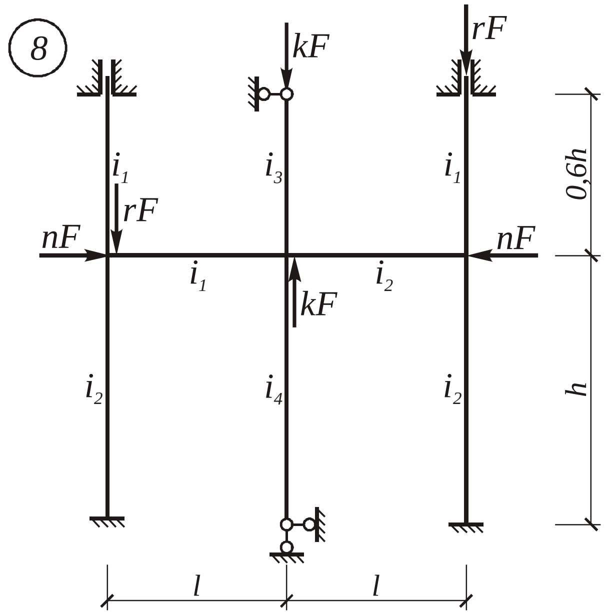


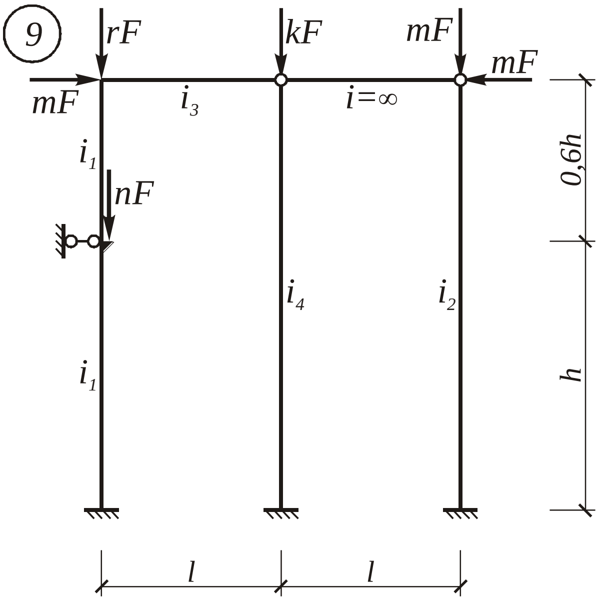


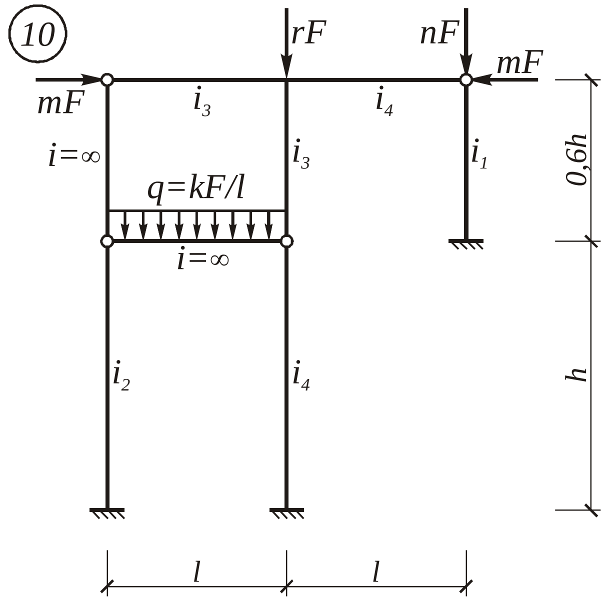





7
rF
kF
i4
i3
mF
mF
nF
nF
i1
i2
i4
0,6h
h
l
l


8
kF
rF
i1
i3
i1
rF
nF
nF
i1
i2
kF
i2
i4
i2
0,6h
h
l
l

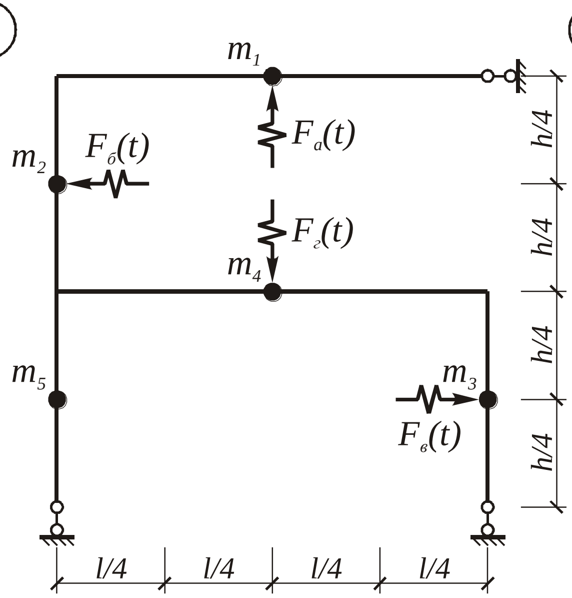

9
rF
kF
mF
mF
mF
i3
i=∞
i1
nF
i4
i2
i1
0,6h
h
l
l


10
rF
nF
mF
mF
i3
i4
i=∞
i3
i1
q=kF/l
i=∞
i2
i4
0,6h
h
l
l

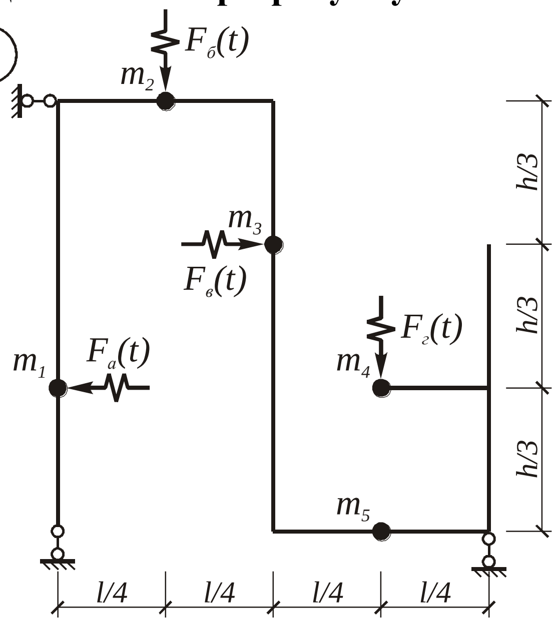
Додаток Д

Розрахункові схеми рам для динамічного розрахунку

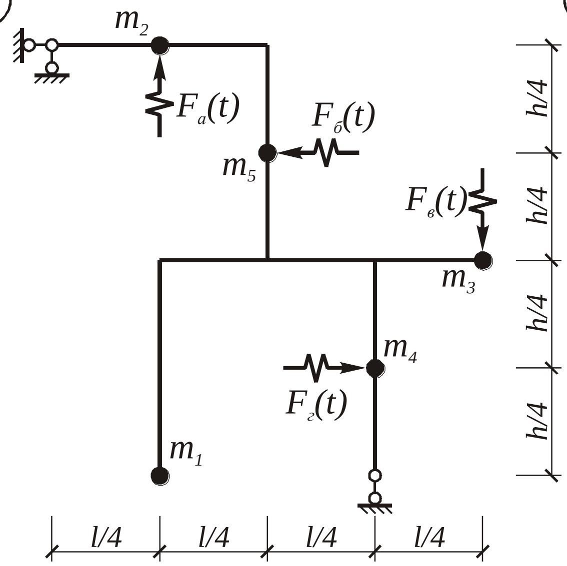
1



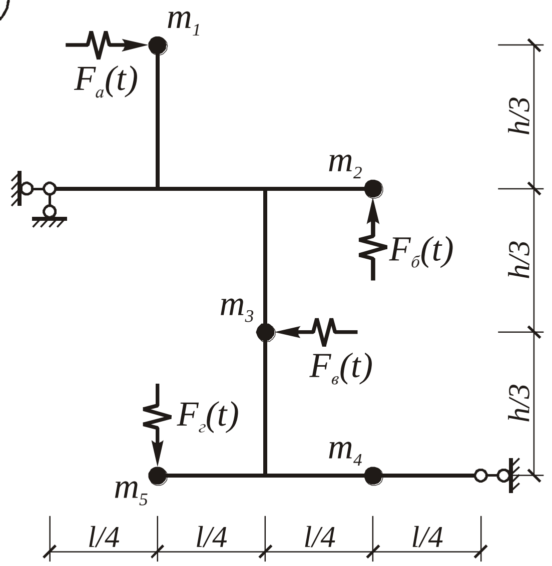
2



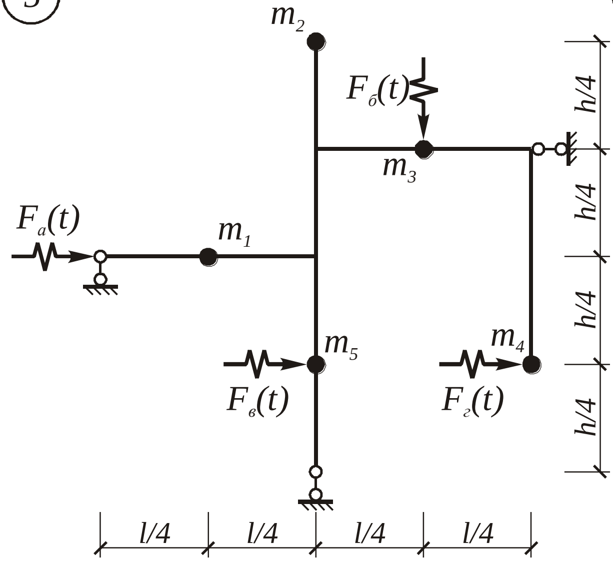
3



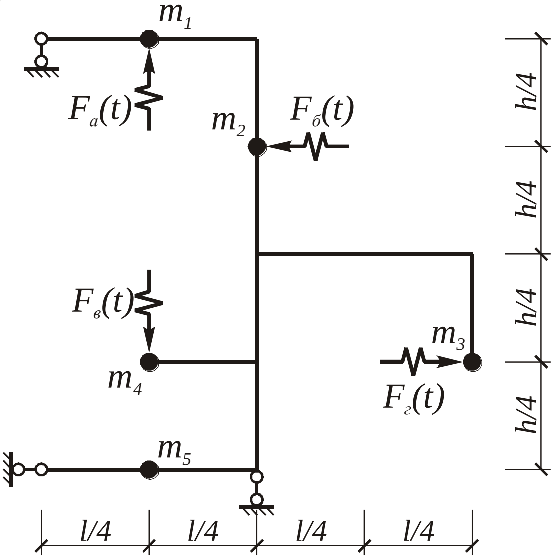
4



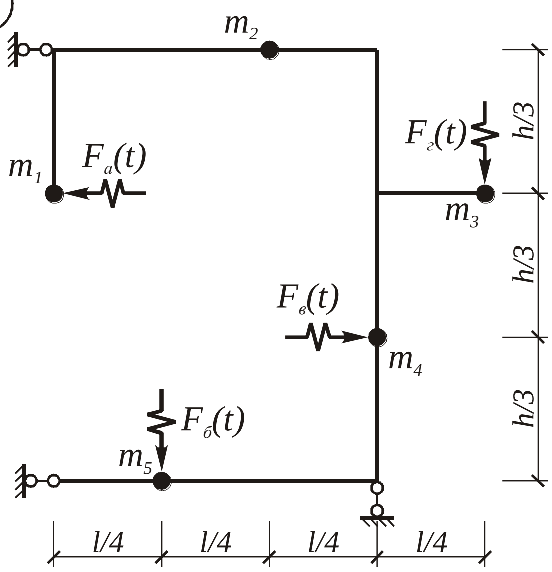
5



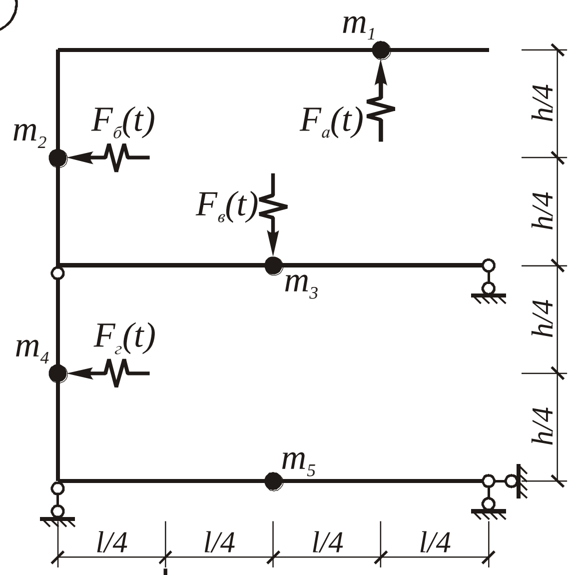
6



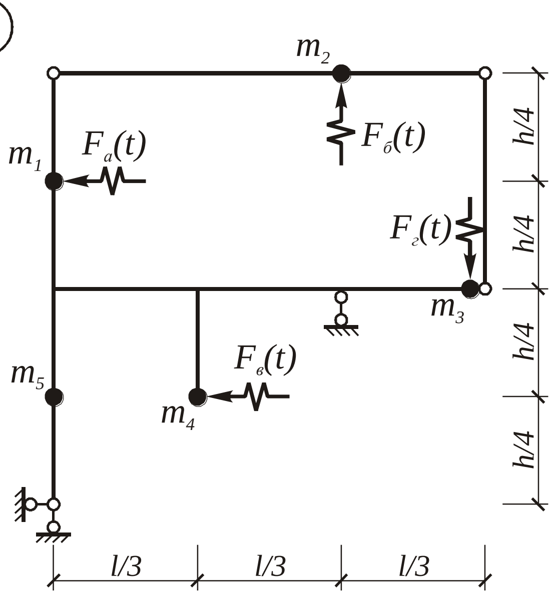
7


m₂
m₁
Fа(t)
Fг(t)
m₃
Fв(t)
m₄
Fб(t)
m₅
h/3
h/3
h/3
l/4
l/4
l/4
l/4

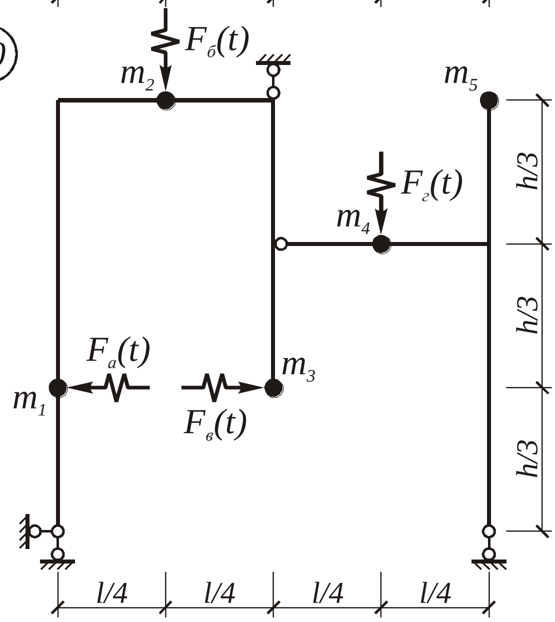
8


m₁
m₂
Fб(t)
Fа(t)
Fв(t)
m₃
m₄
Fг(t)
m₅
h/4
h/4
h/4
h/4
l/4
l/4
l/4
l/4

9


m₂
m₁
Fа(t)
Fб(t)
Fг(t)
m₃
m₅
Fв(t)
m₄
h/4
h/4
h/4
h/4
l/3
l/3
l/3

10


Fб(t)
m₂
m₅
Fг(t)
m₄
Fа(t)
m₃
m₁
Fв(t)
h/3
h/3
h/3
l/4
l/4
l/4
l/4

Додаток Е

Питання для підготовки до підсумкового модульного контролю

1. Основні поняття теорії розрахунку стержневих систем на стійкість форми рівноваги.

2. Гіпотези та припущення на котрих ґрунтується теорія стійкості форми рівноваги.

3. Критерії та методи розрахунку на стійкість форми рівноваги.

4. Приведена довжина стиснутого стержня при різних умовах закріплення його кінців.

5. Формули розрахунку на стійкість форми рівноваги методом переміщень для стержня з затиснутим і шарнірним кінцями.

6. Формули розрахунку на стійкість форми рівноваги для стержня з двома затиснутими кінцями.

7. Формули розрахунку на стійкість форми рівноваги для стержня з двома шарнірно обпертими кінцями.

8. Формули реактивних зусиль стиснутих стержнів у випадку нульового значення поперечного зусилля.

9. Розрахунок на стійкість форми рівноваги стиснутих рам методом переміщень.

10. Обґрунтуйте аналітичну умову критичного стану стиснутої пружної системи.

11. Як визначаються переміщення вузлів і будується викривлена форма пружної системи в критичному стані?

12. Розрахункова довжина стержня та її використання в розрахунках на стійкість форми рівноваги згідно з державними нормами та правилами.

13. Поясніть межі зміни критичного напруження за допомогою графіка-гіперболи Ейлера $(\varphi - \lambda)$.

14. Задачі та методи динаміки стержневих систем, основні поняття.

15. Вільні коливання динамічних систем з одним ступенем вільності без урахування сил опору.

16. Вільні коливання динамічних систем з одним ступенем вільності з урахуванням сил опору.

17. Вимушені коливання динамічних систем з одним ступенем вільності без урахування сил опору.

18. Вимушені коливання динамічних систем з одним ступенем вільності з урахуванням сил опору.

19. Вільні коливання динамічних системи з n ступенями вільності. Рівняння частот вільних коливань.

20. Матрична форма частотного рівняння. Визначення власних чисел і векторів.

21. Головні форми коливань, їх властивості.

22. Як отримати головні форми коливань і виконати їх перевірку?

23. Вимушені коливання динамічних систем з n ступенями вільності без урахування сил опору.

24. Розкладання заданих сил за головними формами коливань.

25. Метод розкладання збурюючих сил за головними формами коливань. Розрахунок на резонанс.

26. Активна віброізоляція.

27. Пасивна віброізоляція.

28. Гасіння коливань та їх різновиди.

29. Конструктивні заходи боротьби з вібрацією.

30. Поясніть сутність та способи отримання коефіцієнтів динамічності при розрахунку динамічних системи з двома ступенями вільності на збурююче навантаження.

31. У чому полягає ідея та які переваги розрахунку динамічних системи на вимушені коливання шляхом розкладання збурюючих сил за головними формами?

32. Головні положення розрахунку та конструювання споруд на дію сейсмічного навантаження.