СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

для студентів ОС “Магістр”

Спеціальності:

174 «Автоматизація, комп’ютерно-інтегровані технології та робототехніка»

Автор:

Доцент кафедри вищої та прикладної математики

Шостак Сергій Володимирович

Тема1: Основні поняття теорії множин

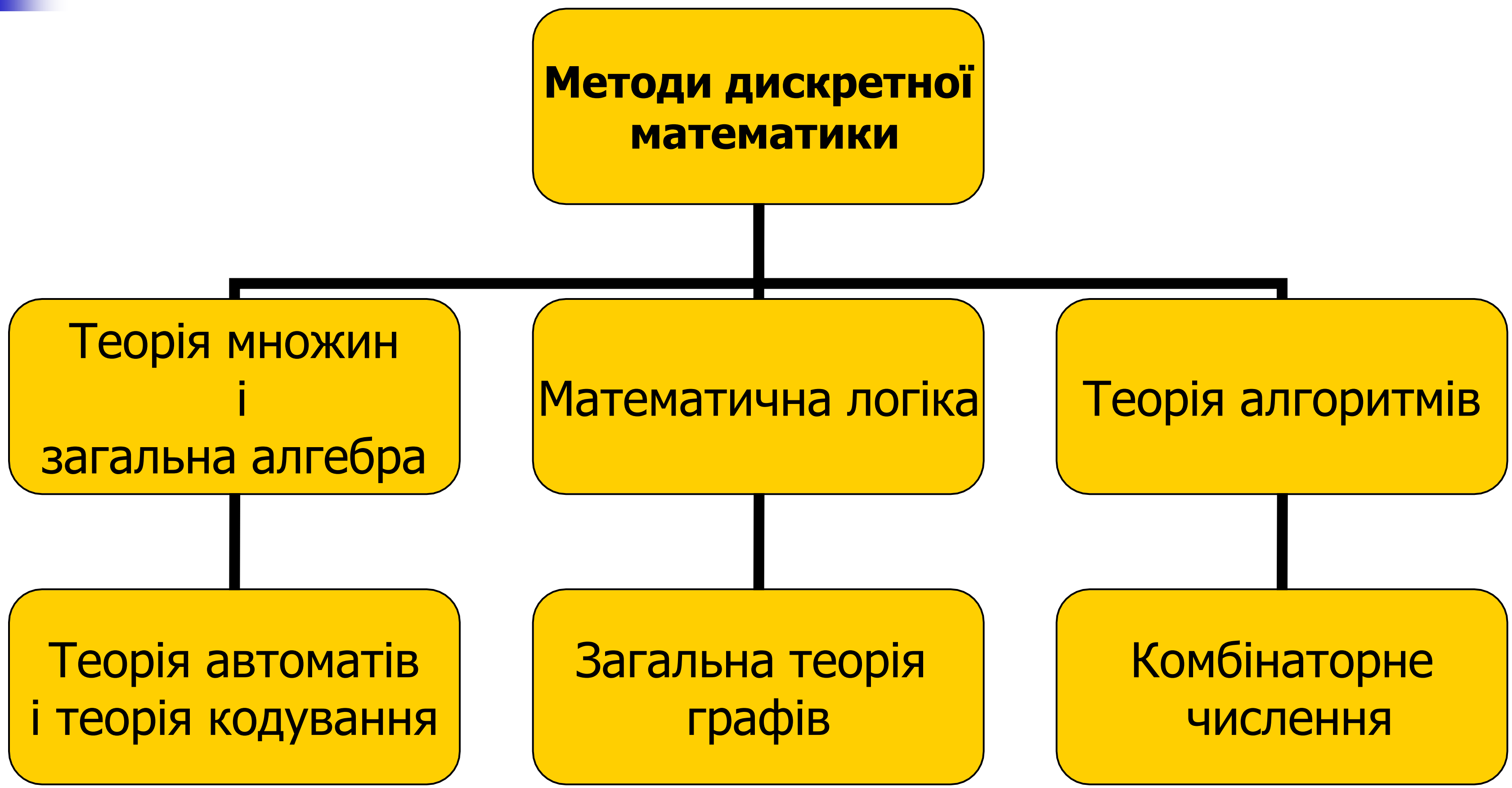
- ***1.0. Методи дискретної математики***
- ***1.1. Поняття про множину***
- ***1.2.Способи задання множин***
- ***1.3.Підмножини, відношення між множинами***
- ***1.4.Операції над множинами***
- ***1.5.Діаграми Ейлера-Венна***
- ***1.6. Основні властивості операцій об'єднаная, перерізу, доповнення***

Дискретна математика

Дискретна математика- рятівний круг, кинутий студентам, які потопають в морі абстракції

З передмови до книги Д. Кнут, Р. Грехем, О. Паташник « Конкретная математика»

ОСНОВНІ БЛОКИ ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ



ПОНЯТТЯ ПРО МНОЖИНУ

Одним з фундаментальних неозначуваних понять математики є поняття *множини*.

Множина складається з об'єктів, що належать їй.

Кожна множина об'єднує деякі об'єкти за певною їх спільною ознакою. Ці об'єкти називають *елементами* множини.

Множини позначають великими латинськими літерами, а елементи множини – малими.

Якщо елемент a належить множині M, то пишуть:

$a \in M$, якщо a не належить M, то пишуть: $a \notin M$.

Загальноприйняті позначення для основних числових множин: N – множина натуральних чисел; Z- множина цілих чисел; Q – множина раціональних чисел; R – множина дійсних чисел.

СПОСОБИ ЗАДАННЯ МНОЖИН

Способи задання множин

- Переліком усіх її елементів
- Властивістю, яку задовольняють її елементи
- Рекурсивно (вказується спосіб побудови елементів)

ПРИКЛАДИ ЗАДАННЯ МНОЖИН

- *Перерахування* всіх елементів, що входять у множину.

Приклад: $A=\{a_1, a_2, a_3\}$, $У=\{1, 2, b, c\}$

- Завданням *характеристичної властивості*, що виділяє елементи даної множини серед елементів зазначених інші.

Приклад: $N=\{n \mid n \in Z \text{ і } n>0\}$, $M=\{m \in M \mid m=2n \text{ і } n \in N\}$

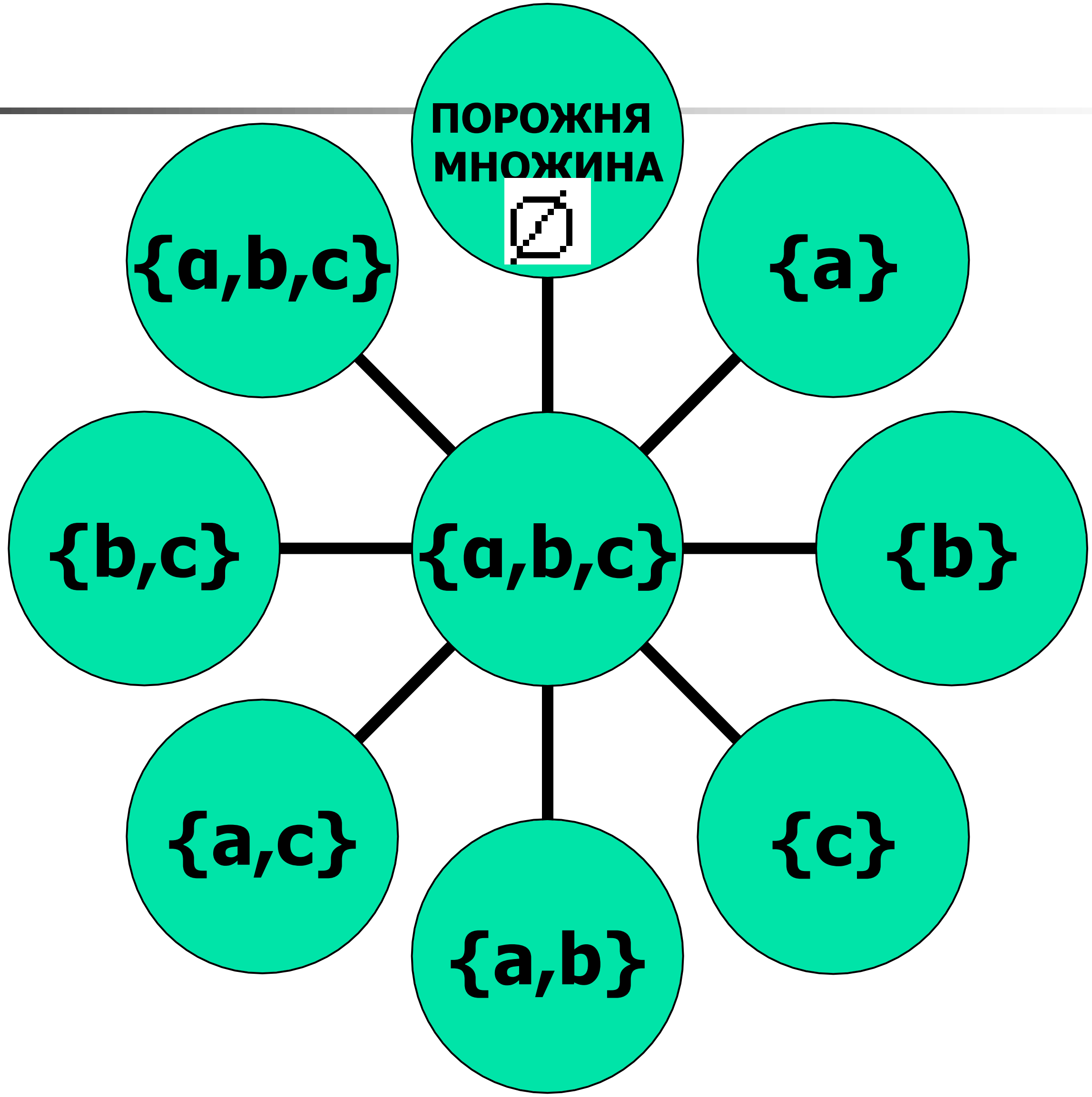
- Описом *процедури побудови елементів множини*.

Приклад: $C=\{8x_1+14x_2+32x_3 \mid x_1, x_2, x_3 \in Z\}$.

Поняття підмножини

- ***Означення 1.1.*** Множина В називається підмножиною множини А, якщо кожний елемент множини В є елементом множини А, тобто $\forall a \in B \Rightarrow a \in A$.
- Якщо В підмножина множини А, то це записують так: $B \subseteq A$. З означення випливає, що $A \subseteq A$. Справедливо також $\varnothing \subseteq A$, для довільної множини А.
- Приклад. Запишемо всі підмножини множини A={a,b,c}: $\varnothing$, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c}.

ПРИКЛАД СТРУКТУРИ ПІДМНОЖИН МНОЖИНИ



Число всіх підмножин множини

- За індукцією можна довести, що число всіх підмножин множини, яка містить n елементів, дорівнює 2^n
- Множину всіх підмножин множини A позначають через P(A) і називають **булеаном множини A.**

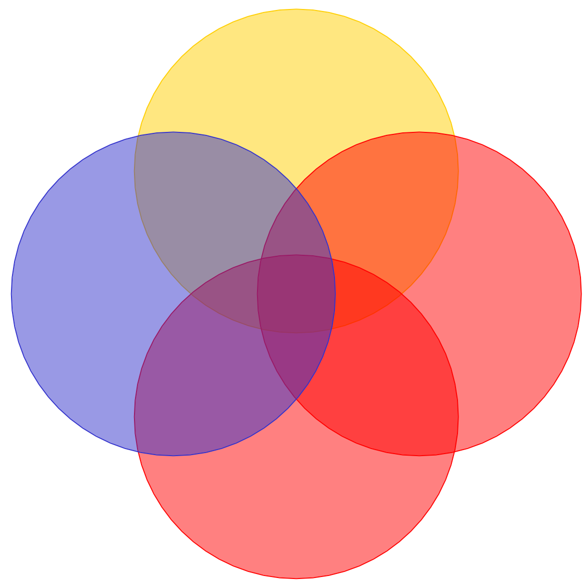
РІВНІСТЬ МНОЖИН

- ***Означення 1.2.*** Дві множини A і B називаються рівними тоді і тільки тоді, коли кожний елемент множини A є елементом множини B і навпвки, тобто, якщо $A \subset B$ і $B \subset A$.
- Рівність множин A і B записують так: $A=B$.

ОПЕРАЦІЇ НАД МНОЖИНАМИ

Об’єднання

Різниця

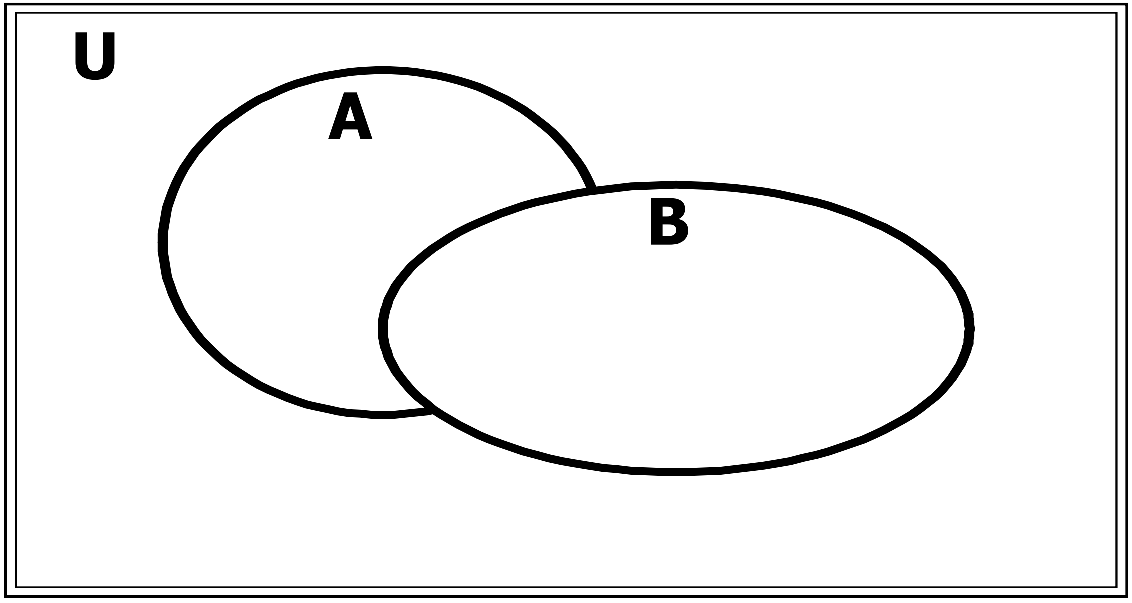


Переріз

Доповнення

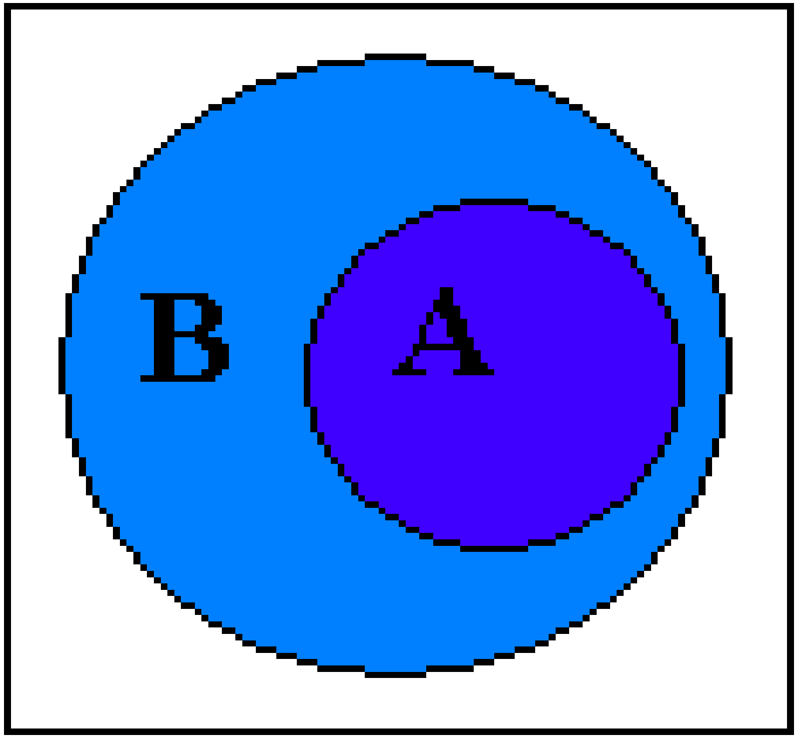
ГЕОМЕТРИЧНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ МНОЖИН

Для інтерпретації множин і операцій над ними використовуються геометричні фігури - кола Ейлера і діаграми Венна.



ДІАГРАМА ЕЙЛЕРА-ВЕННА ДЛЯ ПІДМНОЖИНИ

А є підмножина множини В

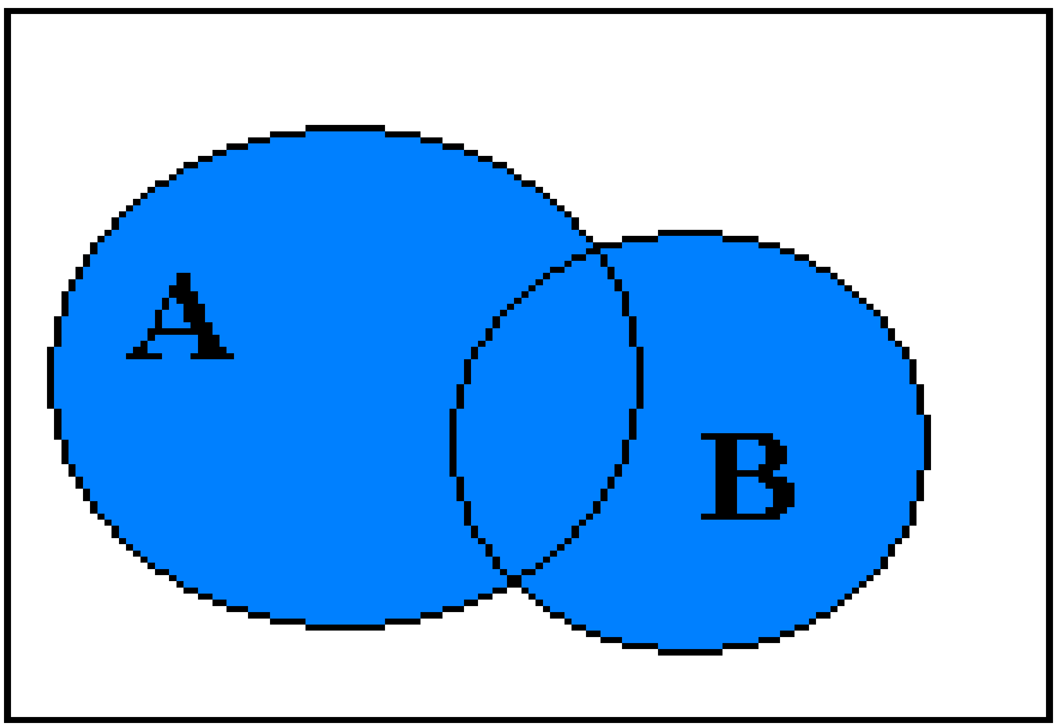


Об’єднання двох множин

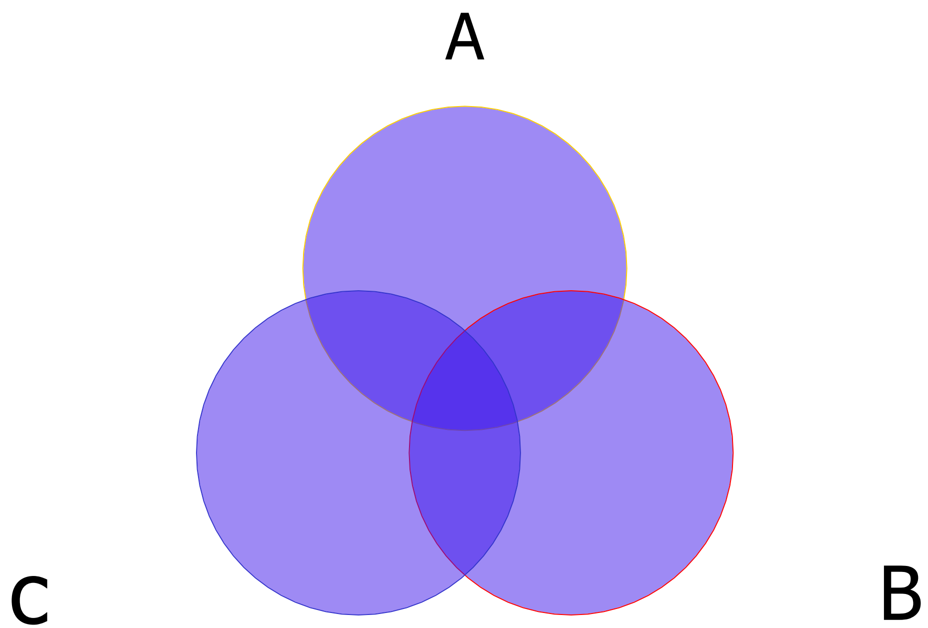
Означення 1.3. Об’єднанням $A \cup B$ двох множин A і B називається така третя множина, яка містить всі ті і тільки ті елементи, які належать хоча б одній з множин A або B.

ДІАГРАМА ЕЙЛЕРА-ВЕННА ДЛЯ ОБ'ЄДНАННЯ ДВОХ МНОЖИН

Об'єднання $A \cup B$ двох множин



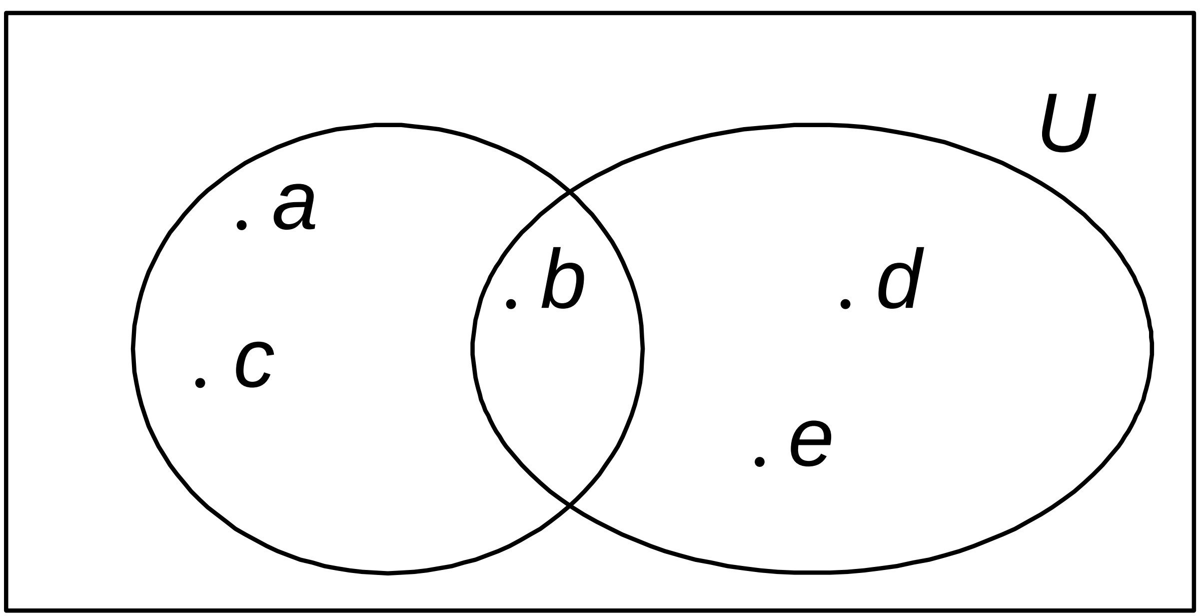
ДІАГРАМА ЕЙЛЕРА-ВЕННА ДЛЯ ОБ'ЄДНАННЯ ТРЬОХ МНОЖИН



ПРИКЛАД ПОБУДОВИ ДІАГРАМА ЕЙЛЕРА-ВЕННА

Множина *U* = {*a*, *b*, *c*, *d*, *e*). Побудуємо діаграму для множини

$A = \{\{a, b, c\}, \{b, d, e\}\}$

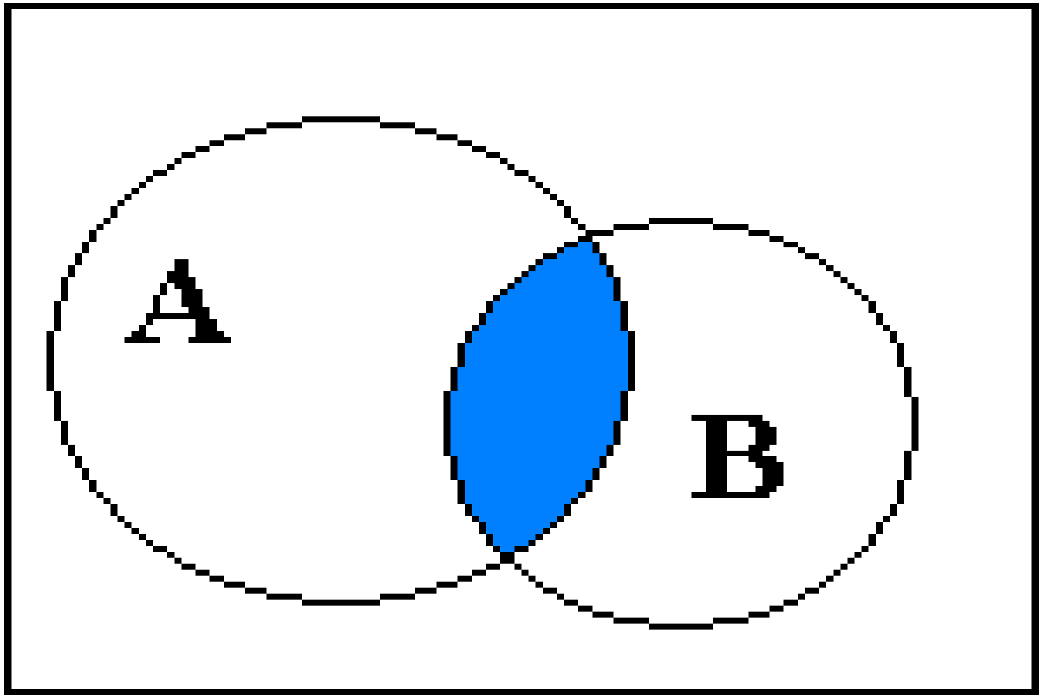


ПЕРЕРІЗ ДВОХ МНОЖИН

Означення 1.4. Перерізом $A \cap B$ двох множин A і B називається така третя множина, яка містить всі ті і тільки ті елементи, які належать одночасно кожній з множин A і B

ДІАГРАМА ЕЙЛЕРА-ВЕННА ДЛЯ ПЕРЕРІЗУ ДВОХ МНОЖИН

Переріз $A \cap B$ двох множин A і B

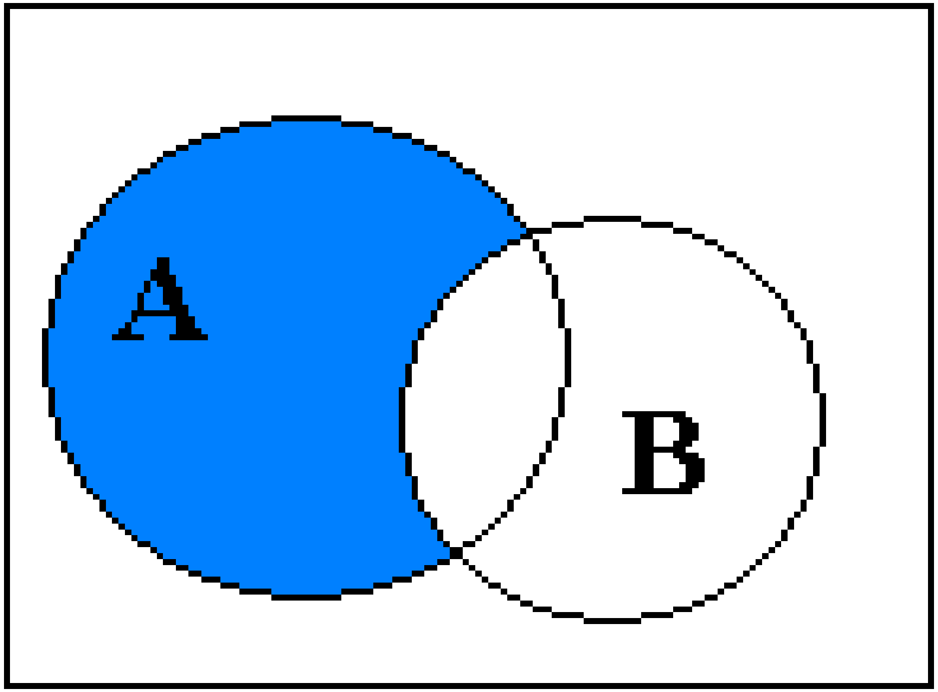


РІЗНИЦЯ ДВОХ МНОЖИН

Означення 1.5. Різницею A\B двох множин A і B називають таку третю множину, яка містить ті і тільки ті елементи множини A, які не належать множині B

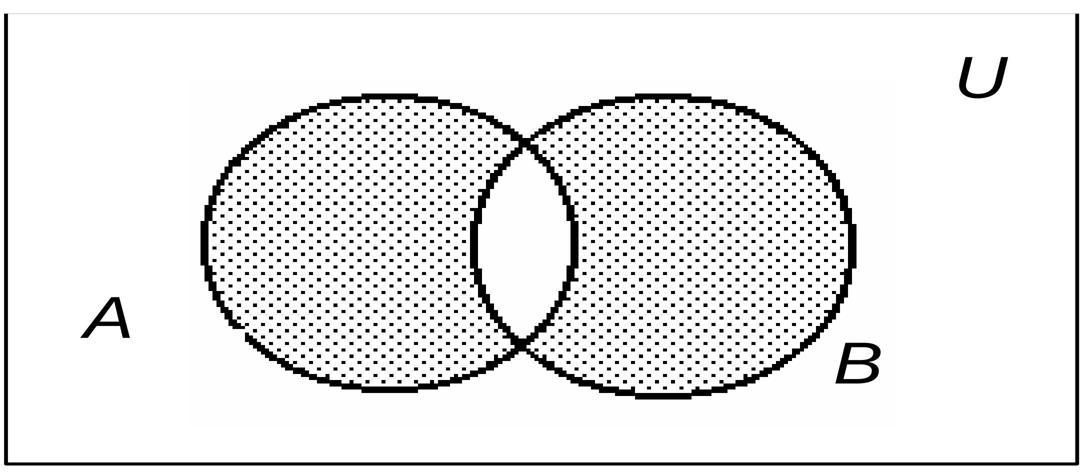
ДІАГРАМА ЕЙЛЕРА-ВЕННА ДЛЯ РІЗНИЦІ ДВОХ МНОЖИН

Різниця A\B двох множин A і B



Симетрична різниця двох множин

Симетричною різницею множин A і B називається множина
$A - B = \{m \mid m \in A \setminus B \text{ або } m \in B \setminus A\}$.

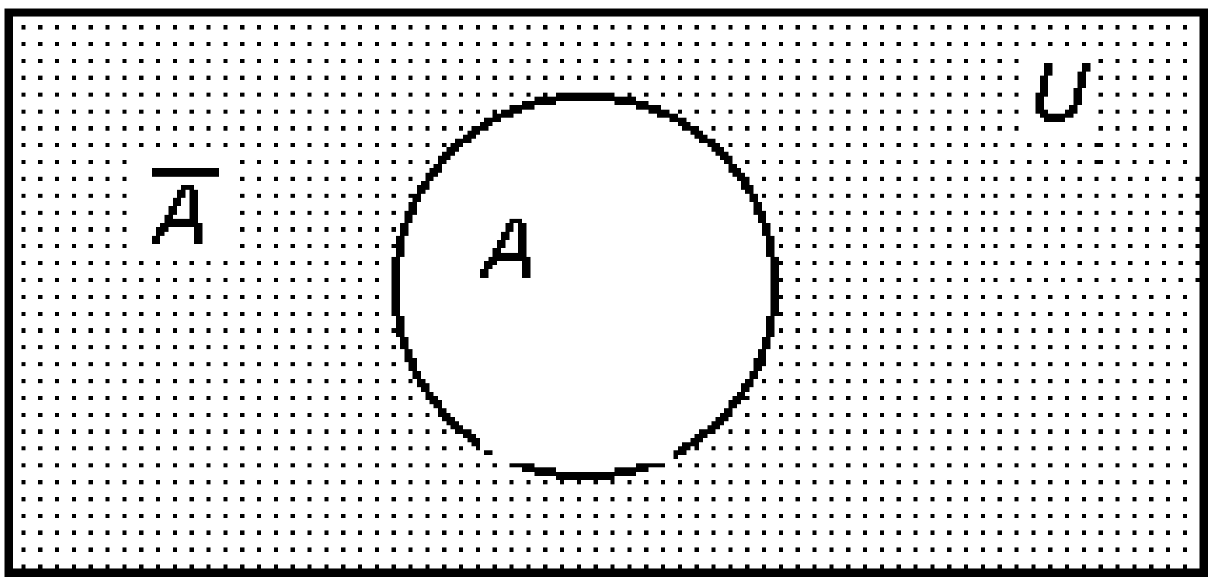


Доповнення множини

Доповненням $\overline{A}$ даної множини A⊂U до універсальної множини U називають різницю U\A, тобто таку множину, яка містить всі ті і тільки ті елементи множини U, які не належать A.

ДІАГРАМА ЕЙЛЕРА-ВЕННА ДЛЯ ДОПОВНЕННЯ МНОЖИНИ

Доповненням $\overline{A}$ даної множини $A \subset U$



ОСНОВНІ ЗАКОНИ ОПЕРАЦІЙ НАД МНОЖИНАМИ

- *Асоціативність операцій* $\cup$ и $\cap$:

$A\cap(B\cap C) = (A\cap B)\cap C;$ (1.1а)

$A\cup(\mathrm{B}\cup C) = (A\cup B) \cup C.$ (1.1б)

- *Комутативність операцій* $\cap$ и $\cup$:

$A\cap B = B\cap A;$ (1.2а)

$A\cup B = B\cup A.$ (1.2б)

ОСНОВНІ ЗАКОНИ ОПЕРАЦІЙ НАД МНОЖИНАМИ

- *Закони ідемпотентності* :

$A \cup A = A;$ (1.3а)

$A \cap A = A.$ (1.3б)

- *Закони дистрибутивності*:

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$ (1.4а)

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$ (1.4б)

ОСНОВНІ ЗАКОНИ ОПЕРАЦІЙ НАД МНОЖИНАМИ

- *Закони поглинання*:

$A \cup (A \cap B) = A;$ (1.5а)

$A \cap (A \cup B) = A.$ (1.5б)

- *Закони склеювання*:

$(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A;$ (1.6а)

$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A.$ (1.6б)

ОСНОВНІ ЗАКОНИ ОПЕРАЦІЙ НАД МНОЖИНАМИ

- *Закони Порецького*:

$A \cup (\cap B) = A \cup B;$ (1.7а)

$A \cap (\cup B) = A \cap B.$ (1.7б)

- Закони де Моргана:

$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B};$

$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B};$ (1.8)

$\overline{A \setminus B} = \overline{A} \cup B$

ОСНОВНІ ЗАКОНИ ОПЕРАЦІЙ НАД МНОЖИНАМИ

- *Закони нуля і одиниці*:

  $0: = \varnothing$, $1: = U$,

тоді $A \cup 0 = A$, $A \cap 0 = 0$, (1.9)

$A \cup 1 = 1$, $A \cap 1 = A$,

$A \cup \overline{A} = 1$, $A \cap \overline{A} = 0$.

- *Закон подвійного заперечення*:

  $\overline{\overline{A}} = A$. (1.10)

Контрольні запитання

- 1.Наведіть приклади множин, елементами яких є множини,
- 2.Назвіть відомі вам способи задання множин. В якому випадку
не можна застосувати той або інший спосіб?
- 3.В яких випадках множина задана некоректно?
- 4.Наведіть приклади скінченних і нескінченних множин.
- 5.Яку множину називають упорядкованою?
- 6.Назвіть відомі вам способи задання множин. В якому випадку
не можна застосувати той або інший спосіб?
- 7.Які множини вважаються рівними?
- 8.Чи можуть два елементи однієї множини бути однаковими?
- 9. Назвіть основні операції над множинами.
- 10. Як геометрично ілюструють операції над множинами?