



СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

для студентів ОС "Магістр"

Спеціальності:

**174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології
та робототехніка»**

Автор:

Доцент кафедри вищої та прикладної математики
Шостак Сергій Володимирович

Тема 7 : СИМПЛЕКСНИЙ МЕТОД



- 8.1. Симплексний метод у випадку допустимого початкового розв'язку
 - 8.2. Випадок недопустимого початкового розв'язку
 - 8.3. Деякі частинні випадки
 - 8.4. Алгоритм симплексного методу
- Контрольні запитання



Використання симплексного методу для прийняття рішень

Симплексний метод або **метод послідовного поліпшення плану** є універсальним методом, яким можна розв'язувати довільну задачу лінійного програмування



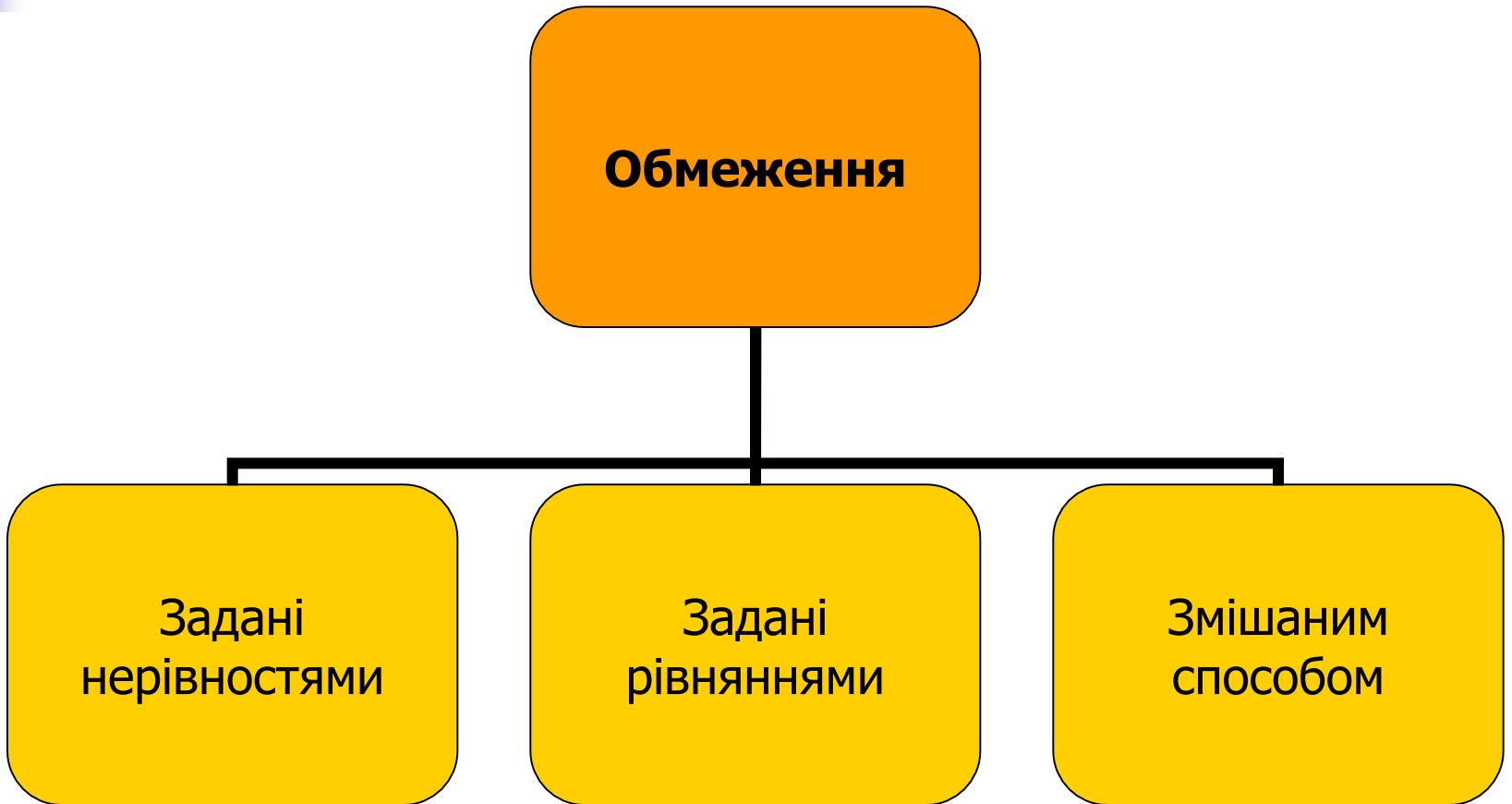
Система обмежень в симплексному методі

- Симплексний метод застосовують до задач записаних в канонічній формі

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \\ x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, n}), \end{cases}$$



Види обмежень



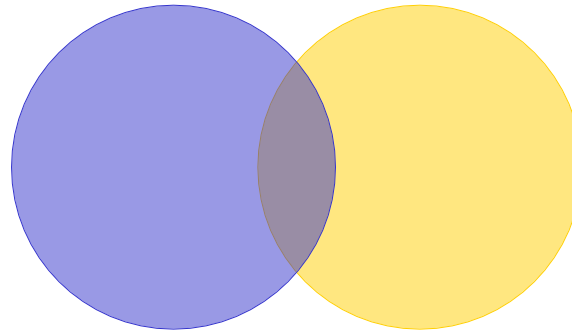


Перехід до канонічної форми

- Якщо система обмежень задана нерівностями або у змішаній формі необхідно перейти до канонічної форми.
- Для цього нерівності системи потрібно перетворити в рівняння шляхом введення нових балансових змінних(невід'ємних)

Класифікація змінних в симплексному методі

Основні
змінні
(базисні)



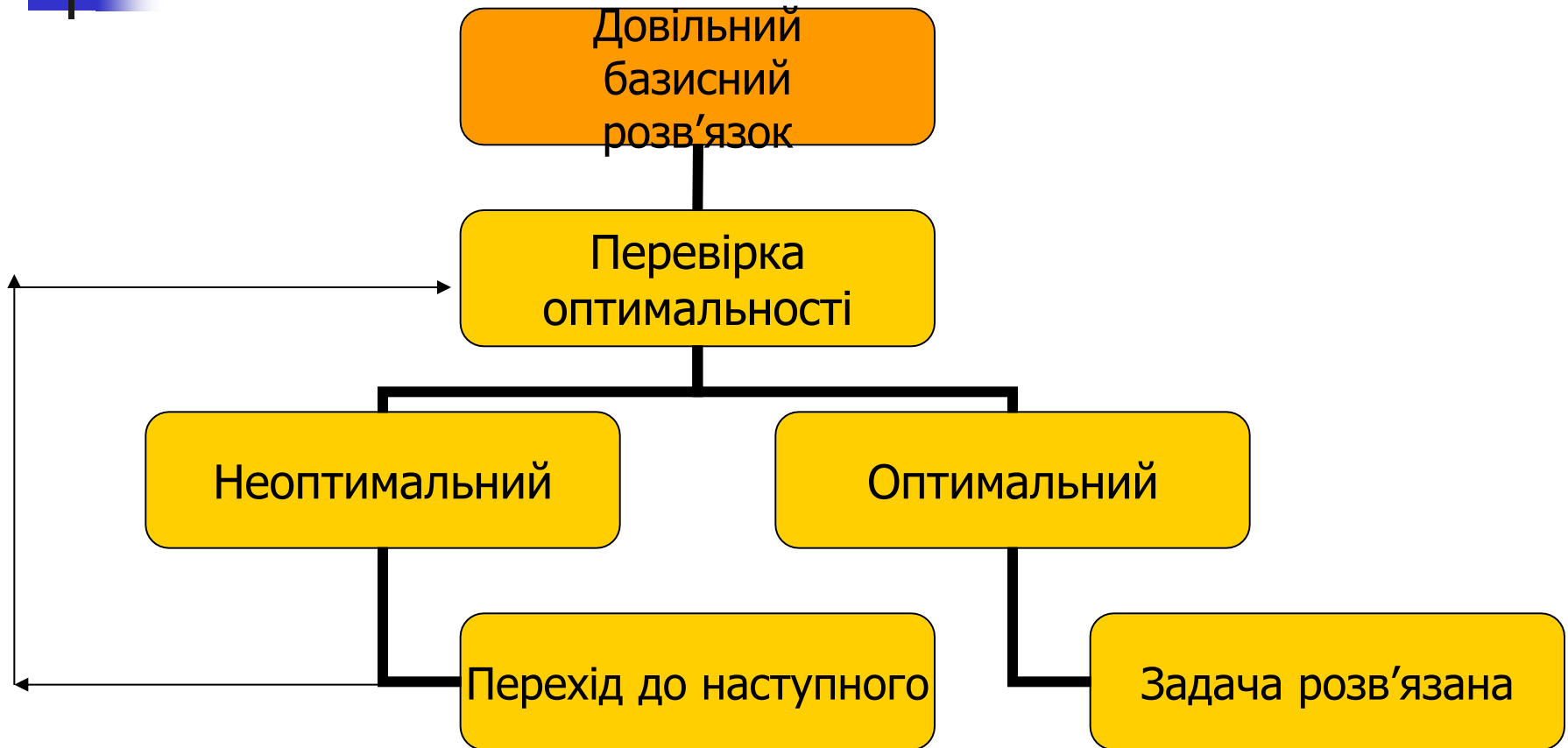
Вільні
змінні



Ідея симплексного методу

- Використовуючи систему обмежень, приведену до канонічного вигляду, знаходять її довільний базисний розв'язок.
- Якщо перший базисний розв'язок виявився допустимим, то перевіряють його на оптимальність.
- Якщо він не оптимальний то переходять до наступного базисного допустимого розв'язку, до тих пір поки не знайдуть оптимальний розв'язок.

Процедура симплексного методу





Етапи симплексного методу

- 1) знаходження допустимого базисного розв'язку системи обмежень
- 2) знаходження оптимального розв'язку

Алгоритм симплексного методу

1. Визначення початкового опорного плану задачі лінійного програмування.
2. Побудова симплексної таблиці.
3. Перевірка опорного плану на оптимальність за допомогою оцінок Δ_j . Якщо всі оцінки задовольняють умову оптимальності, то визначений опорний план є оптимальним планом задачі. Якщо хоча б одна з оцінок Δ_j не задовольняє умову оптимальності, то переходять до нового опорного плану або встановлюють, що оптимального плану задачі не існує.
4. Перехід до нового опорного плану задачі здійснюється визначенням розв'язувального елемента та розрахунками елементів нової симплексної таблиці.
5. Повторення дій, починаючи з п. 3.



Початковий розв'язок

Початковий
розв'язок

Недопустимий

Допустимий



Умова оптимальності

- Умовою оптимальності в симплексному методі є відсутність від'ємних елементів в останньому рядку симплексної таблиці (для задач на максимум)



Вибір розв'язного стовпця

- розв'язний стовпець вибирається з умови: оцінка Δ_j невід'ємна і хоча б один елемент a_{ik} додатній.



Вибір розв'язного рядка

- Для визначення розв'язного рядка знаходимо відношення додатних вільних членів до відповідних елементів розв'язного стовпця і вибираємо серед них найменше.



Вибір розв'язного елемента

- Елемент, що стоїть на перетині розв'язного стовпця та розв'язного рядка називається розв'язним елементом.



Процес ітерації

- 1. Кожний елемент розв'язувального (напрямого) рядка необхідно поділити на розв'язувальний елемент і отримані числа записати у відповідний рядок нової симплексної таблиці.
- 2. Розв'язувальний стовпчик у новій таблиці записують як одиничний з одиницею замість розв'язувального елемента.
- 3. Якщо в прямому рядку є нульовий елемент, то відповідний стовпчик переписують у нову симплексну таблицю без змін.
- 4. Якщо в прямому стовпчику є нульовий елемент, то відповідний рядок переписують у нову таблицю без змін.
- Усі інші елементи наступної симплексної таблиці розраховують за правилом прямокутника.

Обчислення елементів нової ітераційної таблиці

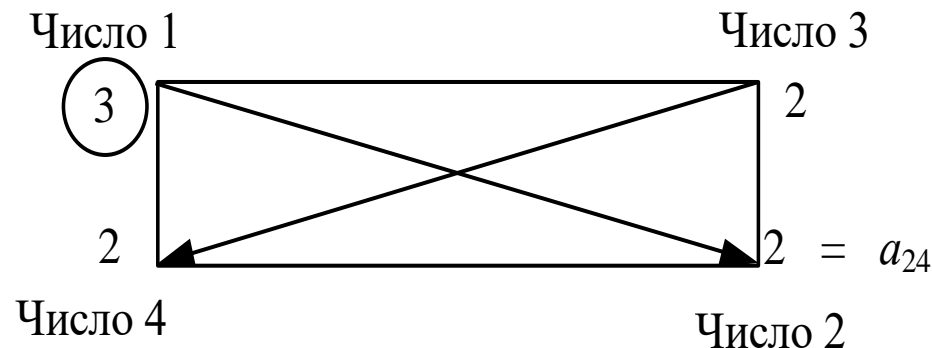
- Необхідний елемент нової симплекс-таблиці визначають за такою формулою: $\frac{\text{Число 1} \cdot \text{Число 2} - \text{Число 3} \cdot \text{Число 4}}$

Розв'язувальний елемент

1 — розв'язувальний елемент (число 1);

2 — число, що стоїть на місці елемента нової симплексної таблиці, який ми маємо розрахувати;

3 та 4 — елементи, що розміщуються в двох інших протилежних вершинах умовного прямокутника.





I-й можливий випадок в процесі ітерацій

Якщо в оцінковому рядку останньої симплексної таблиці оцінка $\Delta_j = 0$ відповідає вільній (небазисній) змінній, то це означає, що задача лінійного програмування має альтернативний оптимальний план. Отримати його можна, вибравши розв'язувальний елемент у зазначеному стовпчику таблиці та здійснивши один крок симплекс-методом.



II-й можливий випадок в процесі ітерацій

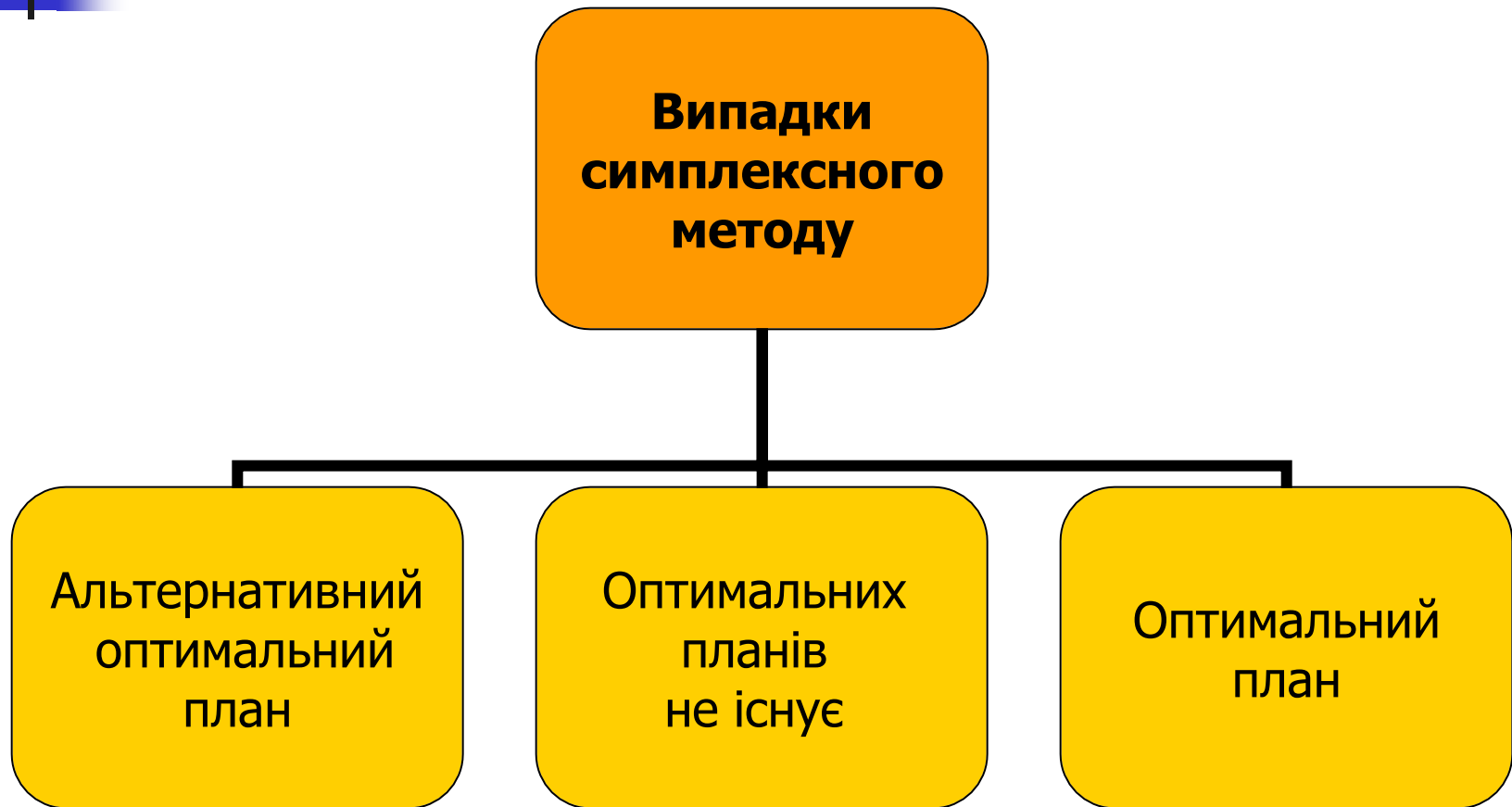
Якщо при переході у симплекс-методі від одного опорного плану задачі до іншого в напрямному стовпчику немає додатних елементів a_{ik} , тобто неможливо вибрати змінну, яка має бути виведена з базису, то це означає, що цільова функція задачі лінійного програмування є необмеженою й оптимальних планів не існує



ІІІ-й можливий випадок в процесі ітерацій

Якщо для опорного плану задачі лінійного програмування всі оцінки Δ_j ($j = \overline{1, n}$) задовольняють умову оптимальності, але при цьому хоча б одна штучна змінна є базисною і має додатне значення, то це означає, що система обмежень задачі несумісна й оптимальних планів такої задачі не існує.

Можливі випадки в симплексному методі





Контрольні запитання

1. Для розв'язування яких математичних задач застосовується симплексний метод?
2. Суть алгоритму симплексного методу.
3. Сформулюйте умови оптимальності розв'язку задачі симплексним методом.
4. Як вибрати спрямовуючий вектор-стовпець?
5. Як вибрати розв'язувальний елемент?