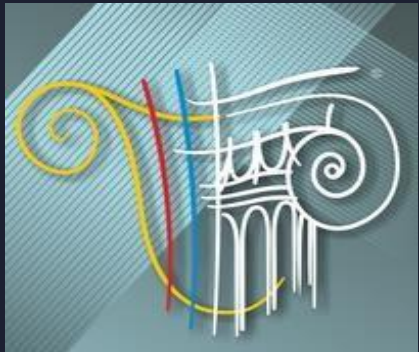


Тема 8: *Бібліотека* *скінченних елементів* *ПК «ЛІРА САПР»*



План:

1. Можливості бібліотеки скінченних елементів.
2. Універсальний стержень.
3. Універсальні скінченні елементи плоскої задачі.
4. Універсальні скінченні елементи просторової задачі
5. Спеціальні скінченні елементи.

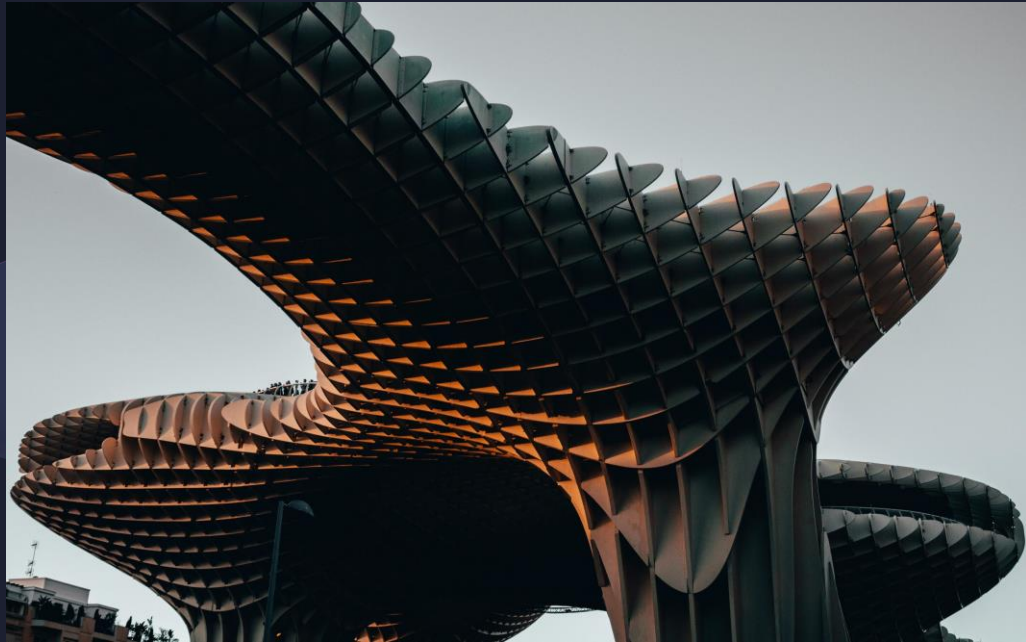


Бібліотека скінченних елементів (БСЕ) – дає величезний вплив на можливість моделювання будівельних об'єктів і реалізацію їх розрахункових схем програмного комплексу, який використовується.

Вимоги до бібліотеки скінчених елементів (БСЕ)

Відкритість
(можливість поповнювати її новими процедурами)

Прозорість
(для кожного типу СЕ мають бути описані базисні функції)



Основою програмних пакетів, що реалізують *метод скінченних елементів (МСЕ)*, є бібліотека *скінченних елементів (БСЕ)*.

Кожен тип СЕ характеризується наступними властивостями:

розмірність використовуваного простору

геометрична фігура, яка часто є однією з простих геометричних фігур

сукупність вузлів, розташованих (зазвичай) на лініях (поверхнях) перетину елементів

набір зовнішніх і внутрішніх ступенів свободи, найчастіше пов'язаних з вузлами (але не тільки)

система апроксимаційних функцій

фізичний закон, що моделює зв'язок напружень та деформацій

визначення енергетичного простору, для моделювання якого призначені елементи СЕ

перелік обмежень та рекомендацій щодо використання



Класифікація скінченних елементів

I. Скінченні елементи, що моделюють лінійно-деформовані системи.

Стержньові
одновимірні скінченні
елементи (СЕ1-СЕ4,
СЕ7, СЕ10)

Пластинчасті
двовимірні скінченні
елементи (товсті та
тонкі пластини)

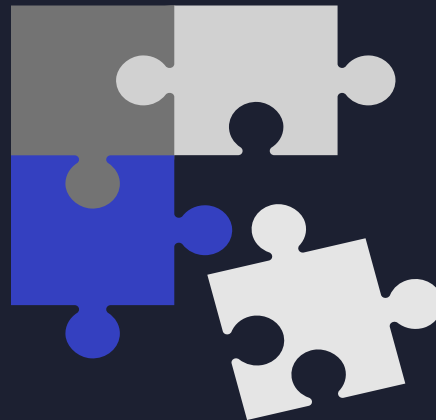
Масивні тіла



II. Скінченні елементи, що моделюють нелінійно-деформовані системи.

Стержньові одновимірні
скінченні елементи
(CE201-CE204, CE207,
CE210, тощо)

Пластинчасті двовимірні
скінченні елементи
(товсті та тонкі
пластини);



III. Спеціальні скінченні елементи

елементи, що імітують податливий зв'язок між вузлами

односторонні опори

елементи, що імітують попереднє напруження (фаркоп)

елемент, що імітує тверде тіло тощо

**Універсальний
стержень** – це
широкий набір
**одновимірних
скінченних
елементів**, що
володіють
наступними
властивостями

довільний
переріз,
постійний або
змінний по
довжині стержня

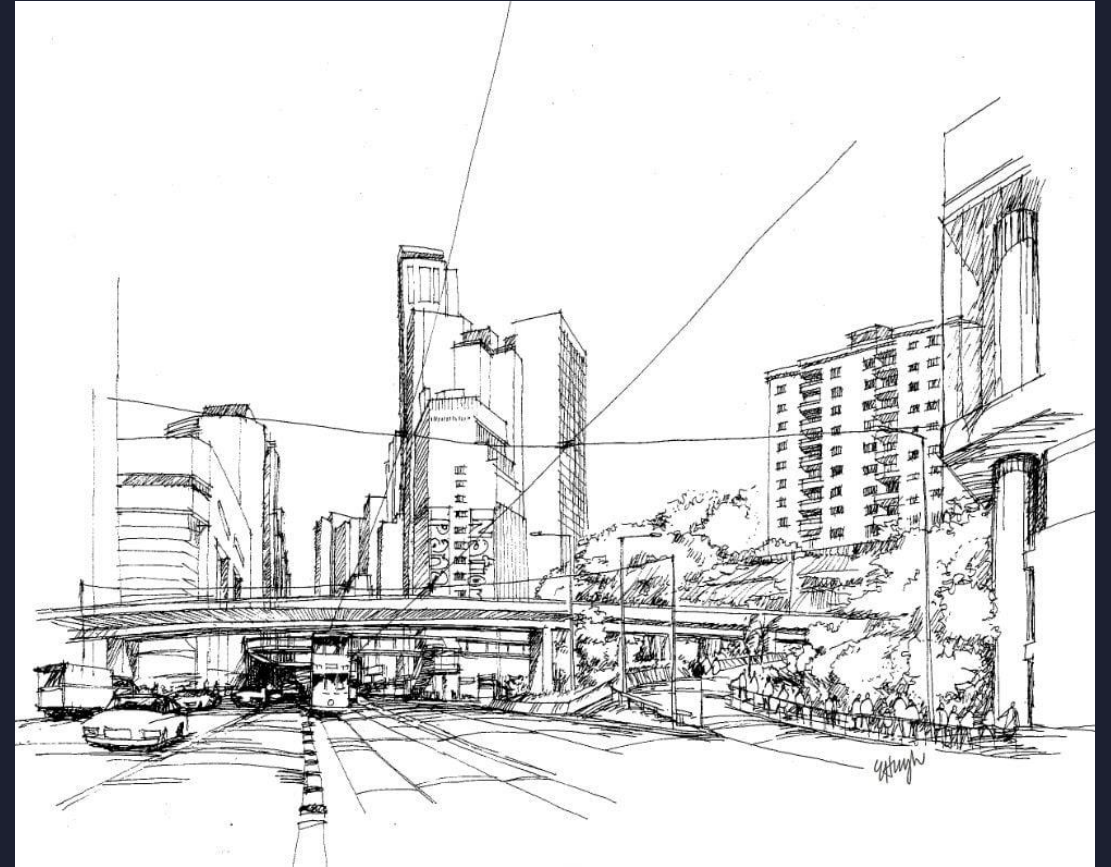
довільне місцеве
навантаження

Примикання до
вузлів за
допомогою
абсолютно
жорстких вставок
або шарнірів

можливість
врахування зсуву

можливість
моделювання
різних класів
задач

Стержньові СЕ, що використовуються для моделювання лінійно-деформованих систем, знаходяться в першій сотні бібліотеки скінченних елементів “ЛІРА САПР” (наприклад, СЕ1, СЕ2 або СЕ10), тоді як стержень СЕ для вирішення нелінійних задач починає свою нумерацію із другої сотні (СЕ201, СЕ202 або СЕ210).



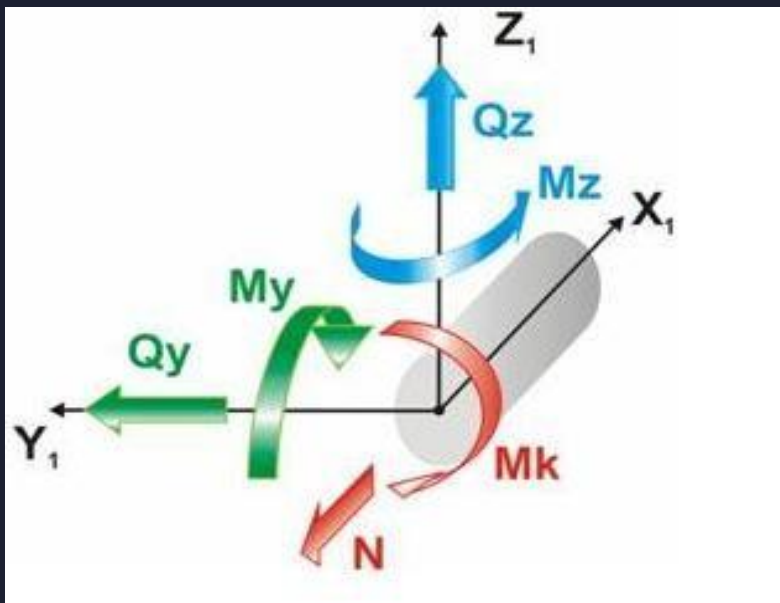


Рис. 1 Внутрішні силові фактори, що виникають у просторовому стержньовому елементі (СЕ₁₀, 2₁₀, 3₁₀, тощо), де **M_k** – крутний момент відносно вісі X₁;

M_z, M_y – згинальні моменти відносно вісей Z₁ та Y₁, відповідно;

Q_z, Q_y – поперечні сили відносно вісей Z₁ та Y₁, відповідно;

N – поздовжня сила.

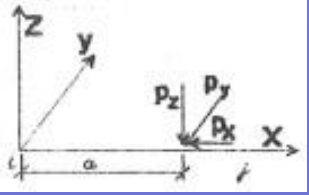
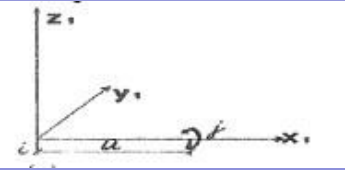
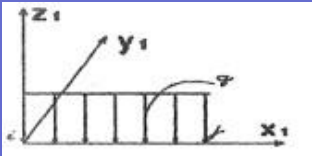
Універсальний стержень СЕ призначений для моделювання **плоских і просторових стержневих конструкцій**. Універсальний стержень показаний на рис. 1. Стержень має локальну праву декартову систему координат X₁, Y₁, Z₁, відносно якої встановлюється **локальне навантаження** та визначаються **внутрішні зусилля**.

Існують різні варіанти кріплення стержня до вузлів розрахункової схеми

за допомогою **абсолютно жорстких вставок** уздовж місцевих осей

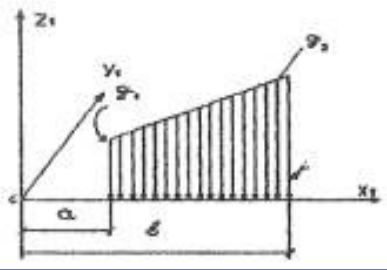
зняттям опори в будь-якому напрямку (зняття опори, що відповідає лінійному ступеню свободи, забезпечує **ковзання**; зняття кутової опори - **вільний поворот**, циліндричний шарнір)

*Допускається наявність **пружної основи**. Може бути врахований **зсув**. Скінченний елемент може працювати у всіх типах розрахункових схем (із різним ступенем свободи), що використовуються при розрахунку стержневих конструкцій.*

Схема навантаження, величина та прив'язка	Тип СЕ	Допустимі напрямки навантаження
<p>Зосереджена сила</p>  <p>P_i (кН), a (м)</p>	<p>1,2 3 4,5,10</p>	<p>X, Z Z X, Y, Z</p>
<p>Зосереджений момент</p>  <p>M_i (кНм), a (м)</p>	<p>1, 2 3 5, 10</p>	<p>UY UX, UY UX, UY, UZ</p>
<p>Рівномірно розподілене навантаження</p>  <p>q_i (кН/м)</p>	<p>1, 2, 3 4, 5, 10</p>	<p>Z X, Y, Z</p>

Види навантажень, що можуть бути задані на стержньові елементи, приведені в табл. 1.1

Таблиця 1.1 – Допустимі навантаження на стержневі СЕ (початок)

Схема навантаження, величина та прив'язка	Тип СЕ	Допустимі напрямки навантаження
Трапецієвидне навантаження  q_a, q_b (кН/м), a, b (м)	1, 2 3 4, 5, 10	X, Z Z X, Y, Z
Температурне навантаження $t, \Delta t$ (град), α (град ⁻¹)	1, 4 2, 3 5, 10	X X, UY X, UY, UZ

Види навантажень, що можуть бути задані на стержньові елементи, приведені в табл. 1.1

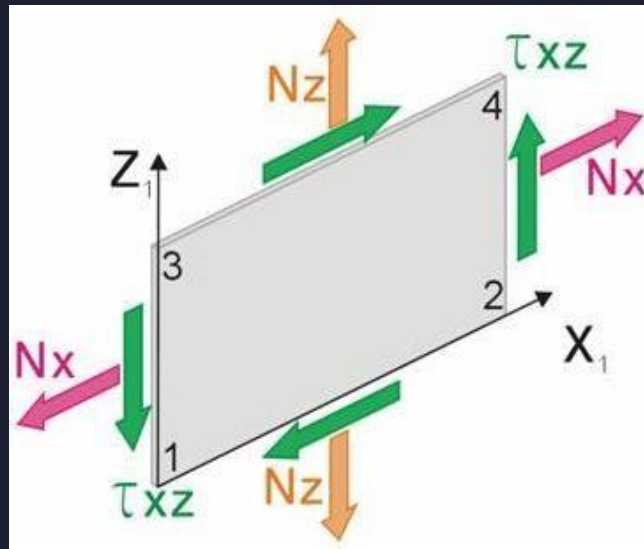
Таблиця 1.1 – Допустимі навантаження на стержневі СЕ
(продовження)

**Пластинчасті
двовимірні СЕ**
(трикутні, прямокутні,
чотирикутні) залежно
від класу задач, що
вирішуються за
допомогою них,
поділяються на:

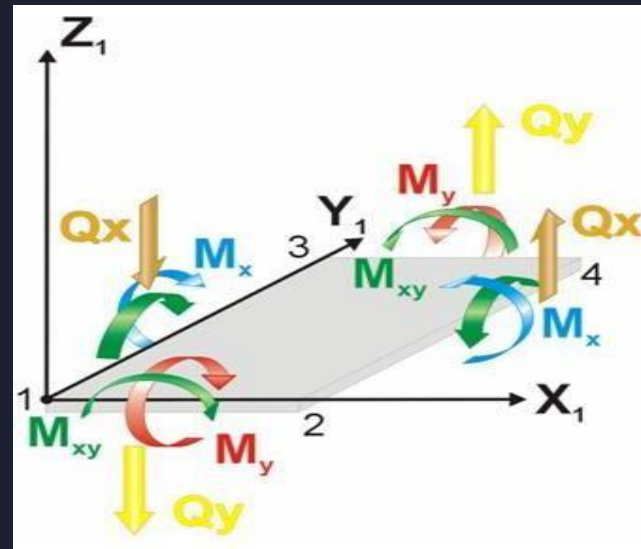
балки-стінки
(мембранна група
зусиль і деформацій)
- СЕ 21,22 / СЕ 221,
222 та ін

**згинальні
пластини**, в тому
числі на пружній
основі (згинальна
група сил і
деформацій) - СЕ
11,12,15,16 та ін.

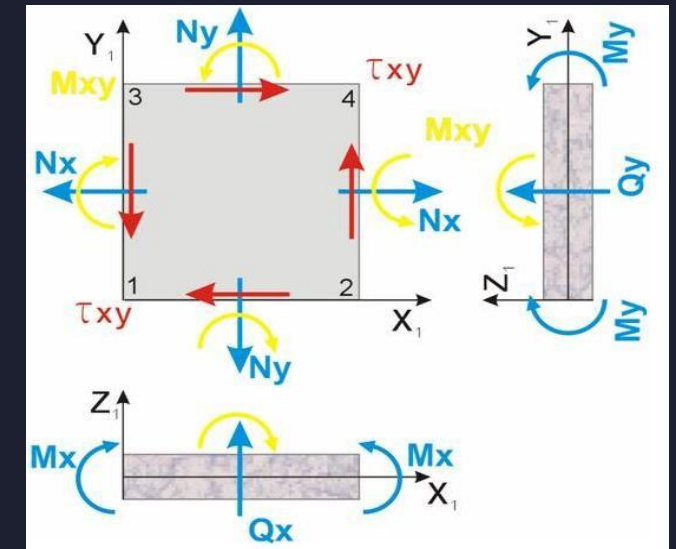
оболонки (мембранні
та згинальні групи
зусиль та деформацій) -
СЕ 41,42,44 / СЕ
241,242,244 / СЕ
341,342,344 / СЕ
441,442,444 та ін.



А)



Б)



В)

Рис. 2 *Внутрішні силові фактори*, що діють у перерізах пластинчастого скінченного елемента:

а) – у балках-стінках; б) – у згинальних плитах; в) – в оболонках;
де N_x , N_z – нормальні напруження уздовж вісей X_1 , Z_1 ; τ_{xz} – зсувні напруження;

M_{xy} – крутний момент; M_x , M_y – згинальні моменти, що діють у площинах, ортогональних до вісей X_1 та Y_1 відповідно;

Q_x , Q_y – поперечні сили уздовж вісі Z_1 у перерізах, ортогональних до вісей X_1 та Y_1 , відповідно

Дані скінченні елементи володіють наступними *властивостями*

Можливість врахування *анізотропних, ортотропних* та *ізотропних* властивостей матеріалу

Можливість моделювання багат шарових конструкцій

Можливість моделювання *різних класів* конструкцій: балки-стілки, плити, що працюють на згин, у тому числі і на пружній основі, оболонки

Довільне місцеве навантаження на всій або на частині області СЕ



Універсальні скінченні елементи плоскої задачі призначені для розв'язку плоскої задачі *теорії пружності*, а також розрахунку *тонких жорстких пластин і тонких пологих оболонок* на міцність. Матеріал однорідний по товщині елемента, лінійно-пружний, ізотропний.

Види універсальних скінченних елементів плоскої задачі

Тонкими вважаються
пластини, в яких
виконується умова

$$\frac{L_{\min}}{\delta} \geq 5,$$

Жорсткими вважаються
пластини, прогин яких не
перевищує $\delta/5$.



Оболонки вважаються **тонкими**,
якщо для них виконується умова

*де R – мінімальний радіус
кривизни серединної поверхні.

$$\frac{R}{\delta} > 20 ,$$

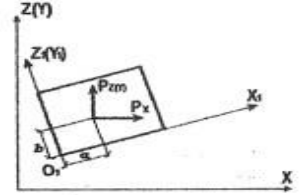
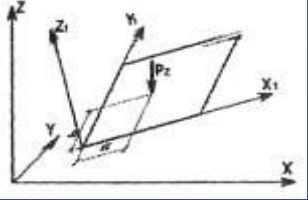
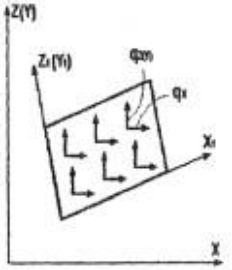
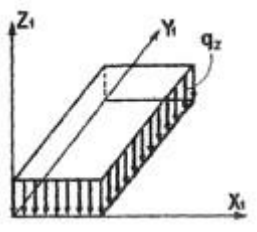
Оболонки вважаються **пологими**,
, якщо для них виконується умова

*де f_0 – мінімальний радіус
кривизни серединної поверхні.

$$\frac{L_{\min}}{f_0} \geq 5 ,$$

Передбачені види навантажень приведені в табл. 1.2



Навантаження	Схема навантаження	Тип СЕ	Напрямок навантаження	Величина навантаження
Зосереджене навантаження в площині елемента		21, 22, 23, 24	X, Z	P_i (кН), a, b (м)
		41,42, 44	X, Y	
Зосереджене навантаження із площини елемента		11, 12, 41, 42,44	Z, UX, UY	P_z (кН), a, b (м) M_i (кНм), a, b (м)
Рівномірно розподілене навантаження в площині елемента		21,23, 27,30	X, Z	q_i (кН/м ²)
		41,44	X,Y	
Рівномірно розподілене навантаження із площини елемента		11, 12, 41, 42, 44	Z, UX, UY	q_z (кН/м ²) m_i (кНм/м)
Температурне навантаження		11, 12	X, Z	$t, \Delta t$ (град), α (град-1)
		21-24, 27, 30	UX, UY	
		41, 42,44	X, UX Y, UY	

Універсальні СЕ просторової задачі призначені для визначення напружено-деформованого стану **масивних просторових конструкцій з однорідного ізотропного лінійно-пружного матеріалу** в постановці тримірної задачі теорії пружності.

Крім того, можливий розв'язок об'ємної задачі теорії пружності для **двокомпонентних матеріалів** (залізобетону, композитів і т.п.), при якому один з компонентів (армуючий) має вищі характеристики міцності, ніж основний.



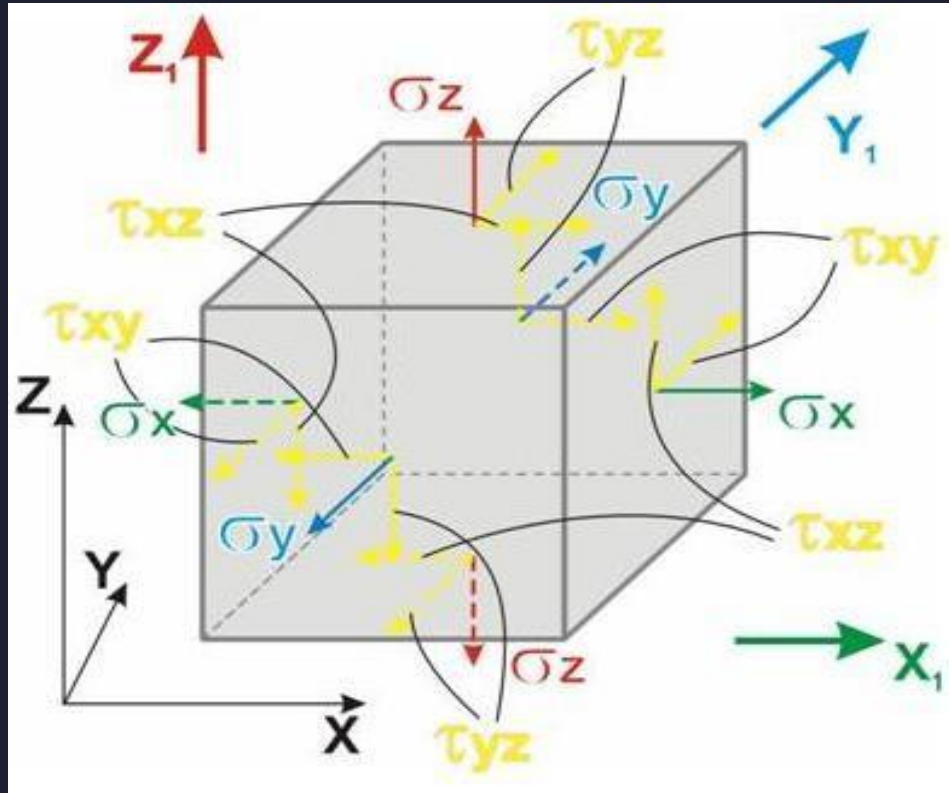


Рис. 3 Внутрішні силові фактори, що діють у перерізах об'ємного скінченного елемента (СЕ 31, 32, 34 тощо)

де σ_x , σ_y , σ_z – нормальні напруження уздовж вісей X_1 , Y_1 , Z_1 ;

τ_{xy} – зсувні напруження уздовж вісі X_1 , які лежать у площині, паралельній площині X_1OZ_1 ;

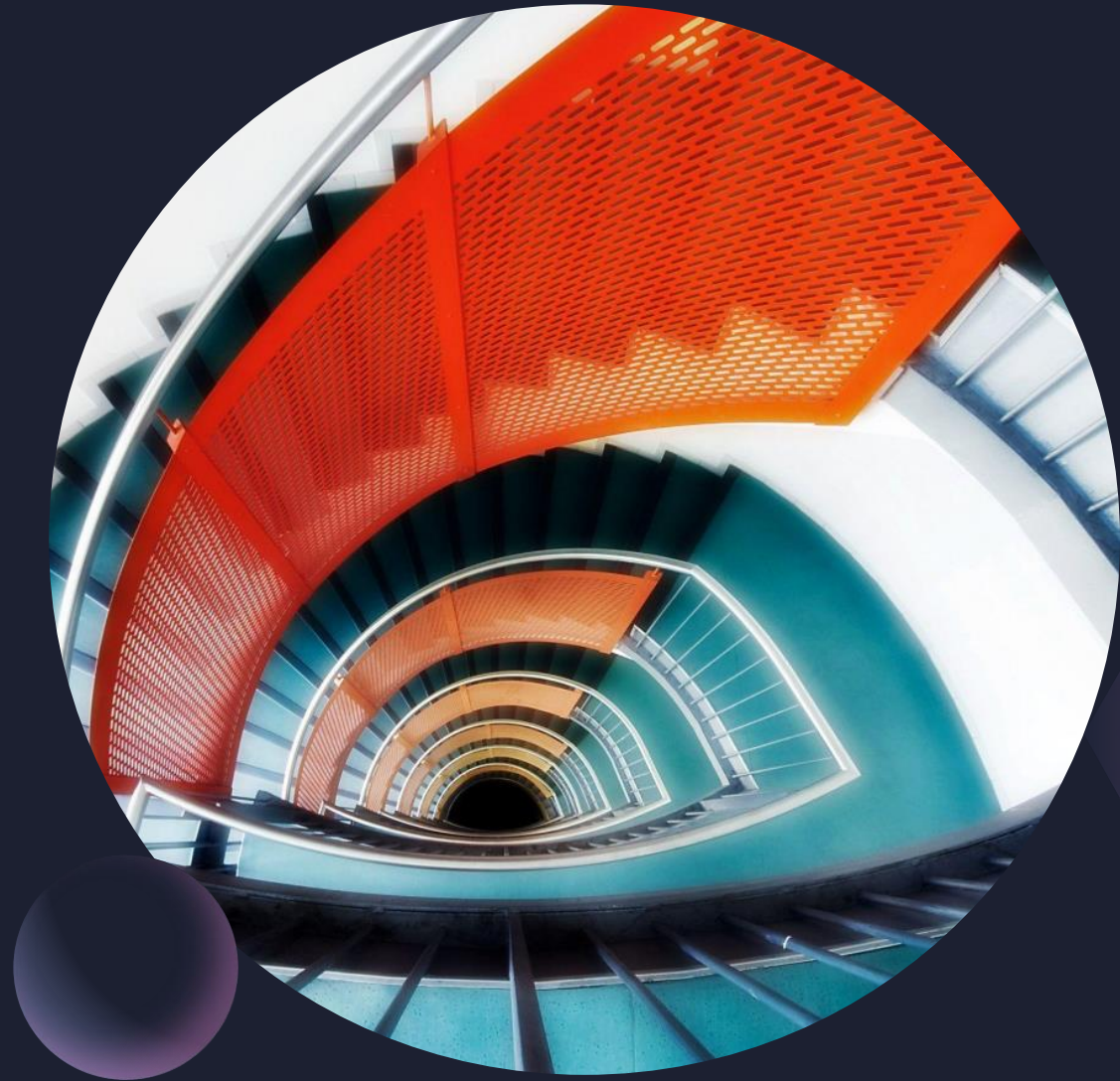
τ_{zx} – зсувні напруження, паралельні вісі Z_1 , які лежать у площині, паралельній площині Y_1OZ_1 ;

τ_{yz} – зсувні напруження уздовж вісі Y_1 , які лежать у площині, паралельній X_1OY_1

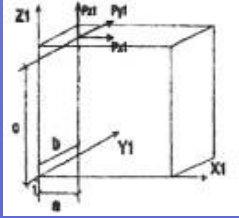
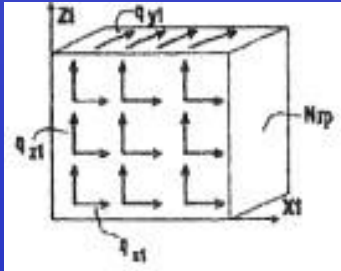
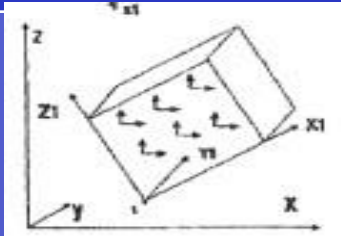
Передбачається, що армуючий матеріал (окремі стержні, сітки і т.п.), розташований ортогонально до осей місцевої системи координат елемента.

Такі двокомпонентні матеріали носять назву **конструктивно ортотропних**.

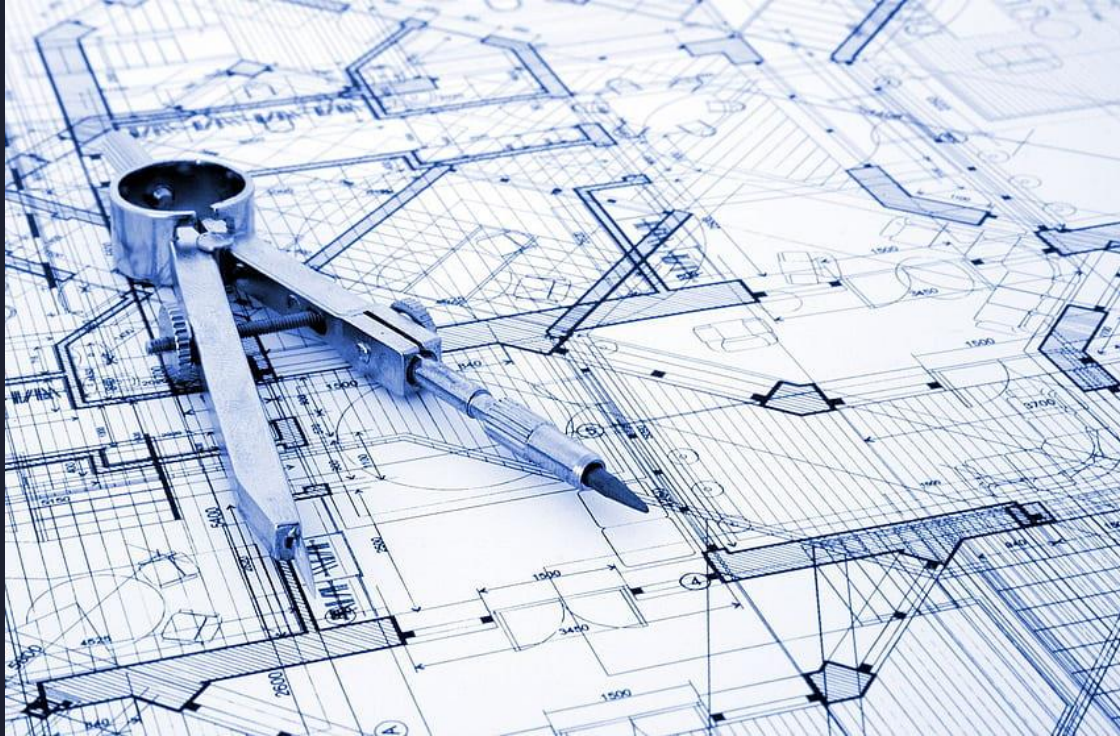
Допускається задання навантаження на скінченний елемент як у місцевій, так і в загальній системах координат, а також із прив'язкою у вигляді приростів у загальній системі координат.



Таблиця 1.3 – Допустимі навантаження на просторові СЕ

Навантаження	Схема навантаження	Тип СЕ	Напрямок навантаження	Величина навантаження
Зосереджене навантаження		31-33	X, Y,Z	P_i (кН), a, b, c (м)
Рівномірно розподілене навантаження ($N_{гр} = 1,6$ – номер грані)		31-34, 36	X, Y,Z	q_i (кН/м ³) N $гр \neq 0$
Розподілена по об'єму власна вага		31-34	X, Y, Z	q_i (кН/м ³) N $гр = 0$
Температурне навантаження		31-34, 36	X, Y,Z	$t, \Delta t$ (град), α (град ⁻¹)

Спеціальні скінченні елементи



Спеціальні СЕ природно вписуються в процедуру моделювання за методом скінченних елементів і значно розширюють інструменти для створення моделей скінченних елементів.

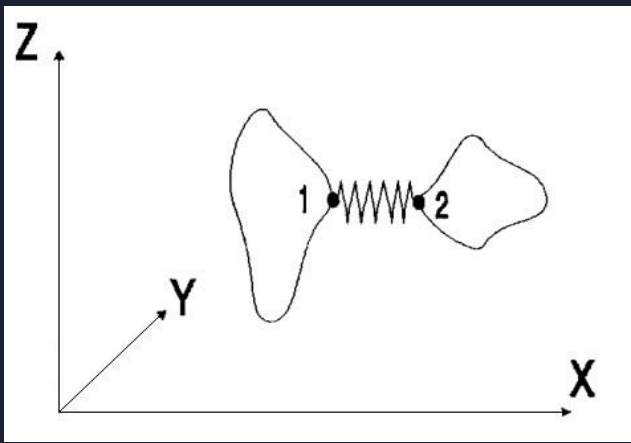
Спеціальні скінченні елементи призначені для обмеження лінійних і кутових переміщень за напрямками осей координат, для введення **в'язей скінченної жорсткості** за напрямками осей координат, а також для врахування **податливості матеріалу між суміжними вузлами** (наприклад, податливість ростверка або металевих прокладок між елементами).

Види спеціальних скінченних елементів

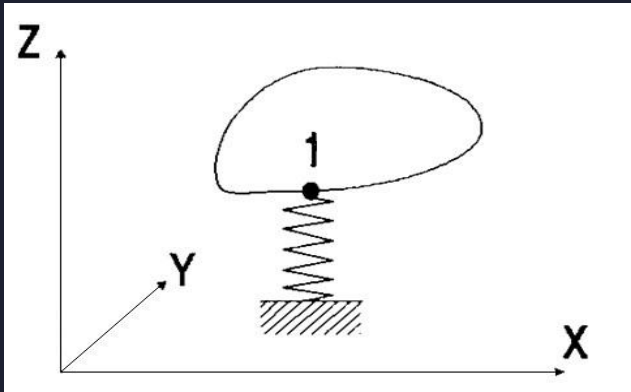
СЕ, що моделює в'язі скінченної жорсткості (СЕ 51).

Такий СЕ застосовується для введення в'язі скінченної жорсткості за напрямком однієї з осей глобальної або локальної системи координат вузла. Так, наприклад, для ступенів вільності X , Y , Z скінченний елемент дозволяє змоделювати роботу пружини або пружної основи.

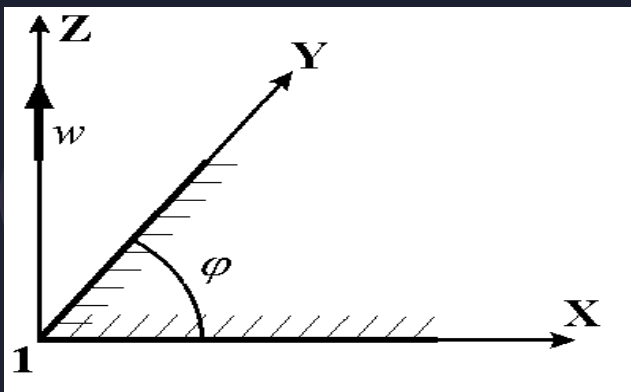




А)



Б)



В)

Рис.4 Спеціальний СЕ для моделювання:

а) податливого зв'язку між вузлами;

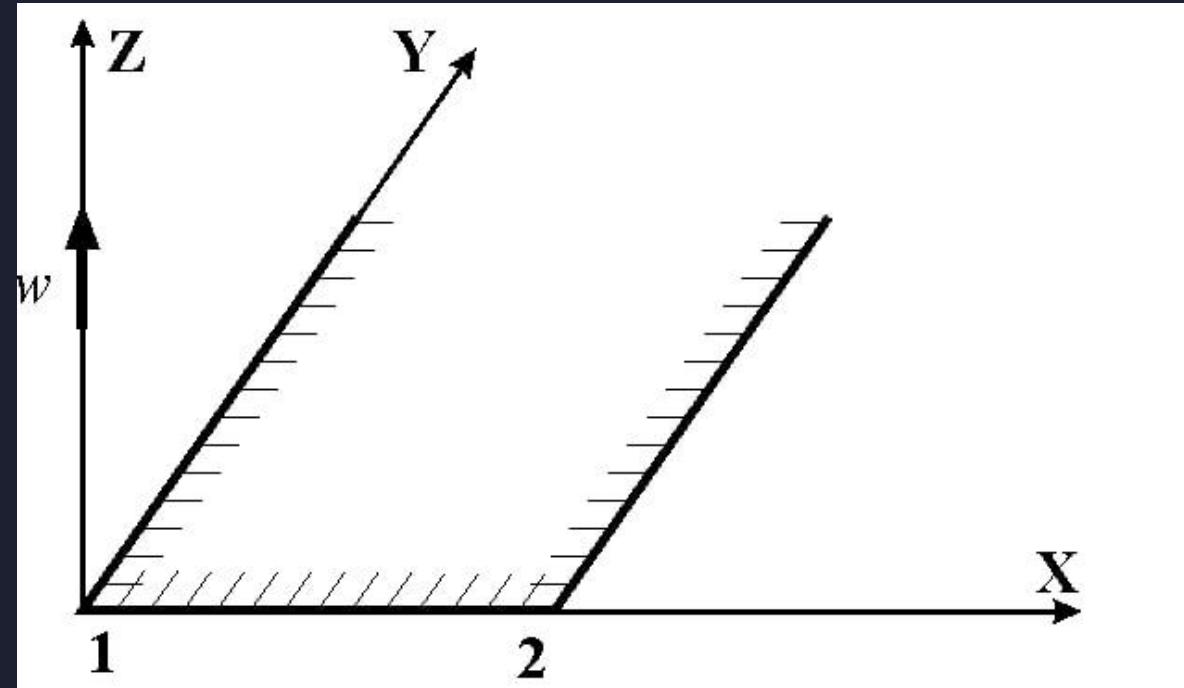
б) односторонніх опор;

в) опір кутової зони ґрунту на пружній основі, яка прилягає до кута плити.

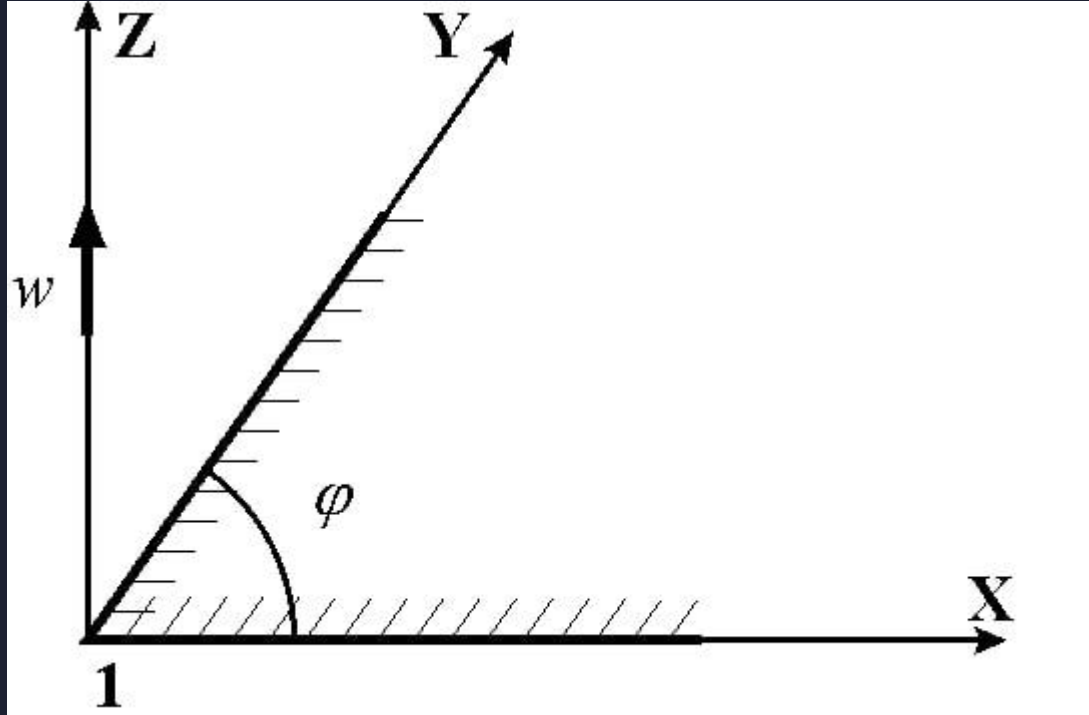
Законтурний двохвузловий СЕ пружної основи (СЕ 53).

Такий СЕ застосовується для моделювання відпору смуги ґрунту за межами плити.

Смуга ґрунту при цьому розташовується перпендикулярно до контура плити. Врахування відпору за контуром відбувається за рахунок роботи ґрунту на зсув. В кожному з вузлів є по одному ступеню вільності – переміщення уздовж глобальної осі Z .



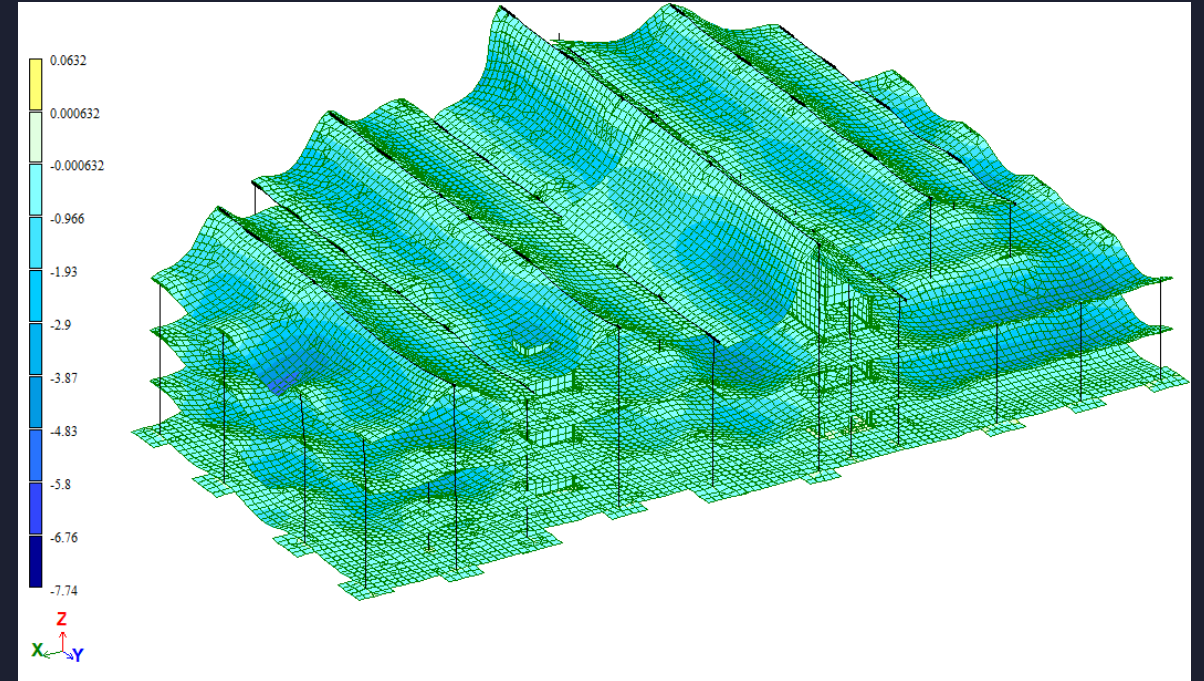
Законтурний одновузловий СЕ пружної основи (СЕ 54).



Такий СЕ застосовується для моделювання відпору кутової зони ґрунту, що примикає до кута плити. Врахування відпору в зоні, що примикає до кута, відбувається за рахунок роботи ґрунту на зсув. В кожному з вузлів є по одному ступеню вільності – переміщення уздовж глобальної осі Z.

СЕ, що моделює пружний зв'язок між вузлами (СЕ 55).

Такий СЕ призначений для врахування податливості зв'язку між вузлами з'єднання конструктивних елементів – колони з діафрагмою, ригеля з колоною і т.п. Елемент описується двома вузлами, в кожному з яких є по шість ступенів вільності, визначених відносно осей глобальної системи координат. Таким чином, елемент дозволяє змоделювати як лінійну, так і кутову податливість зв'язку відносно осей X, Y, Z загальної системи координат. Вузли, між якими моделюється податливість, можуть мати однакові координати.



СЕ для моделювання попереднього натягу (СЕ 208, 308).

Такий елемент, також відомий як «форкопф», дозволяє моделювати процес організації заданого натягу, наприклад, вантової сітки, вантової сфери, щоглових вант, мембран і т.п. Для таких конструкцій натяг однієї з вант викликає перерозподіл зусиль в інших елементах і для досягнення заданого натягу в усіх вантах необхідно організувати досить складний ітераційний процес, який моделює натурний процес натягу, коли заданий натяг досягається послідовною багатократною підтяжкою і відпуском натягуючих пристроїв (форкопфів, домкратів, поліспастів) з неперервним контролем величин попереднього натягу.

