

## Лабораторна робота № 4

### Моделювання росту промислових риб з використанням рівняння Берталанфі

#### Мета роботи

У процесі побудови простих моделей популяції приймається положення про наявність сталості росту - постійність параметрів рівняння Берталанфі. Це рівняння, у лінійній відносно  $W^{1/3}(t+1)$  формі, має вигляд

$$W^{1/3}(t+1) = (W_{\infty})^{1/3} \cdot (1 - e^{-K \cdot t}) + W^{1/3}(t) \cdot e^{-K \cdot t}, \quad (12.1)$$

де  $W(t)$ - вага риби у віці  $t$ , г;  $W(t+1)$ - вага тієї ж риби через рік, г;  $K$ - стала для певного виду риб величина;  $W_{\infty}$  - кінцева вага риби (стала величина), г;  $t$ - вік риби у роках.

Закономірність зміни довжини риби з віком (теоретична крива росту) описується таким рівнянням:

$$L(t) = L_{\infty} \cdot [1 - e^{-K \cdot (t - t_0)}], \quad (12.2)$$

де  $L(t)$ - довжина риби у віці  $t$ , см;  $L_{\infty}$ - кінцева довжина риби, см;  $t$ - вік риби у роках;  $t_0$  – сталий параметр;  $K$ - стала величина.

Співвідношення між вагою  $W$ , г, та довжиною  $L$ , см, риби в умовах ізометричності та сталості густини подається у вигляді

$$W = b \cdot L^3, \quad (12.3)$$

де  $b$ - стала для кожного типу риб величина, яку у даній лабораторній роботі (ч.2) необхідно визначити для камбали, пікші, тріски та північноморського язика за даними вимірів довжини та ваги деякої популяції відповідних риб.

Коефіцієнт  $b$  визначаємо з використанням МНК, тобто виходячи з виразу

$$J = \sum_i [b \cdot L_i^3 - W_i]^2 \rightarrow \min$$

для знаходження  $b$  визначаємо похідну з величиною  $b$ , тобто

$$\frac{dJ}{db} = 2 \cdot \sum_i [b \cdot L_i^3 - W_i] \cdot L_i^3 = 0,$$

звідки маємо таке рівняння для визначення  $b$

$$\sum_i [b \cdot L_i^6 - W_i \cdot L_i^3] = 0,$$

його розв'язок має вигляд

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n W_i \cdot L_i^3}{\sum_{i=1}^n L_i^6}$$

це співвідношення є методикою визначення цієї величини за даними вимірів ваги  $W_i$  г та довжини  $L_i$  риби, см.

1. Дані для розрахунку за варіантами для задачі 1:

2.

	<i>Варіанти</i>		
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
	популяція пікши	популяція тріски	популяція північноморського язика
$W_{\infty}$ , г	1209	20000	482
k	0,20	0,20	0,42
$t_0$ , роки	-1,07	0,28	0,3
$b_2$ , г/см <sup>3</sup>	0,00812	0,00869	0,00899
$L_{\infty}$ , см	53,0	132	37,7

11. Дані для розрахунку задачі 2:

<i>Варіанти</i>					
<i>1</i>		<i>2</i>		<i>3</i>	
популяція пікши		популяція тріски		популяція північноморського язика	
довжина L, см	вага P, г	довжина L, см	вага P, г	довжина L, см	вага P, г
17	39,9	18	51	9,5	7,7
24,5	119,4	36	405	19,0	61,7
29,5	208,5	55	1446	25,3	144,9
33,5	305,3	68	2732	29,3	225,2
37,0	411,3	78	4124	32,3	301,9
40,0	519,7	89	6126	34,3	361,6