

## Багатовимірні випадкові величини

Крім одномірних випадкових величин, вивчаються величини, можливі значення яких визначаються двома, трьома, ... ,  $n$  числами. Такі величини називаються відповідно двовимірними, трьохвимірними, ... ,  $n$ -вимірними.

Будемо позначати через  $(X, Y)$  двовимірну величину. Обидві величини  $X$  і  $Y$  розглядаються одночасно, утворюючи систему двох випадкових величин. Двовимірну випадкову величину  $(X, Y)$  геометрично можна інтерпретувати, як випадкову точку  $M(X, Y)$  на площині (тобто як точку з випадковими координатами).

Наприклад, верстат-автомат штампує сталеві плитки. Якщо контролюють розміри – довжину  $X$  і ширину  $Y$ , то маємо двовимірну випадкову величину.

Законом розподілу дискретної двовимірної величини  $(X$  і  $Y)$  називають перелік всіх можливих значень цієї величини (тобто пар чисел)  $x_i, y_j$  і їх ймовірності  $p(x_i, y_j)$   $i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m$ .

Закон розподілу подають у вигляді таблиці з подвійним входом. Перший рядок таблиці містить всі можливі значення складової  $X$ , а перший стовпчик – всі можливі значення складової  $Y$ . В клітинах, що на перетині стовпчика  $x_i$  і рядка  $y_j$ , вказані ймовірності  $p(x_i, y_j)$  того, що двовимірна випадкова величина набуде значення  $(x_i, y_j)$ .

$X$ $Y$	$x_1$	$x_2$	·	·	·	$x_n$
$y_1$	$p(x_1, y_1)$	$p(x_2, y_1)$	·	·	·	$p(x_n, y_1)$
$y_2$	$p(x_1, y_2)$	$p(x_2, y_2)$	·	·	·	$p(x_n, y_2)$
·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·
$y_m$	$p(x_1, y_m)$	$p(x_2, y_m)$	·	·	·	$p(x_n, y_m)$

Оскільки події  $X, Y$ , утворюють повну групу подій, то сума ймовірностей, розміщених в усіх клітках таблиці, дорівнює одиниці. Знаючи закон розподілу двовимірної випадкової величини, можна знайти закон розподілу кожної зі складових.

Приклад Знайти закон розподілу складових двовимірної випадкової величини, заданої законом розподілу:

$X$ $Y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$y_1$	0,30	0,10	0,20
$y_2$	0,18	0,16	0,06

Розв'язання. Розклавши ймовірності за стовпчиками, одержимо ймовірності можливих значень

$$X: P(x_1) = 0,30 + 0,18 = 0,48; P(x_2) = 0,10 + 0,16 = 0,26;$$

$$P(x_3) = 0,20 + 0,06 = 0,26.$$

Закон розподілу складової випадкової величини  $X$  матиме вигляд:

$X$	$x_2$	$x_2$	$x_2$
$P$	0,48	0,26	0,26

Контроль  $0,48 + 0,26 + 0,26 = 1$ .

Аналогічно, склавши ймовірності по рядках, отримаємо ймовірності можливих значень  $Y$ :

$$P(y_1)=0,60, P(y_2)=0,40.$$

Закон розподілу складової випадкової величини  $Y$  матиме вигляд:

$Y$	$y_2$	$y_2$
$P$	0,60	0,40

### Сумісний розподіл

Якщо  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — випадкові величини, то кожний вектор  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  також є випадковою величиною. Його розподіл називається сумісним розподілом випадкових величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Функцією розподілу випадкового вектора називається функція

$$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n).$$