ТЕМА 6

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ІГОР ДЛЯ ОЦІНКИ РИЗИКІВ

https://images.app.goo.gl/RHLbxvoALv2XnpLn9

6.1. Визначення термінів та умов застосування теорії ігор.

6.2. Ігри з природою.

6.3. Ігри двох осіб з нульовою сумою.

6.4. Математична модель гри.

6.1. Визначення термінів та умов застосування теорії ігор

ТЕОРІЯ ІГОР є одним з методів прикладної математики — дослідження операцій, який застосовується в тому випадку, коли прийняття рішень відбувається в умовах невизначеності та конфліктності.[1]

Конфліктність та невизначеність ситуації характеризуються наявністю в грі кількох сторін з різними цілями.[1]

Теорія допомагає визначити оптимальну стратегію в іграх з урахуванням наших уявлень про дії іншої сторони, ресурси та можливі вчинки.[1]

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2d/John_Forbes_Nash%2C_Jr..jpg

Джон Неш – математик, лауреат премії з економіки пам'яті Альфреда Нобеля, автор теорії ігор

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.1. Визначення термінів та умов застосування теорії ігор

ГРА – процес, у якому беруть участь дві або більше сторін (гравців), що ведуть боротьбу за реалізацію своїх інтересів. Кожна зі сторін має свою мету й використовує певну стратегію, яка може вести до виграшу або програшу — залежно від поведінки інших гравців або впливу середовища.[1]

Формально гра являє собою сукупність правил і процедур, якою керуються її учасники для досягнення своєї мети, і складається з послідовних ходів.[1]

ХІД – вибір однієї з передбачених правилами гри дій. Кожний учасник (гравець) має декілька можливих варіантів дій, вибрати один з них – означає зробити хід.[1]

РЕЗУЛЬТАТ ГРИ – виграш або програш сторони, що виражається в кількісній формі.[1]

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.1. Визначення термінів та умов застосування теорії ігор

ПРАВИЛА ГРИ — це:

- умови, що регламентують можливі альтернативи рішень і дій сторін,
- інформація щодо уявлення кожної сторони про поведінку іншої,
- результат, до якого приводить сукупність дій. [1]

Результати і умови гри записуються у формі платіжної матриці, або матриці гри. [1]

ПЛАТІЖНА МАТРИЦЯ – таблиця, яка визначає, які виграші можуть бути отримані гравцями після завершення гри. [1]

1. Гельруд Я. Д. Теория игр: Учебное пособие. Челябинск: ЧГУ, 2012. 64 с.

ПЛАТІЖНА МАТРИЦЯ

Нехай А має n варіантів ходу, а В – m варіантів. Гра полягає в тому, що гравці роблять по одному ходу й А виграє у В суму a_{ij}, якщо А вибрав варіант i (i = 1, 2, ..., n), а В вибрав варіант j (j = 1, 2, ..., m).

Платіжна матриця для гравця А має вигляд:

$$A = [a_{ij}] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Рядки – стратегії гравця А

Стовбці – стратегії гравця В

6.1. Визначення термінів та умов застосування теорії ігор

СТРАТЕГІЯ – встановлений гравцем метод вибору рішення при кожному ході протягом гри.[1]

КРАЩА (ОПТИМАЛЬНА) СТРАТЕГІЯ гравця полягає у виборі такого варіанта ходу (з усіх своїх можливих), при якому буде отриманий максимальний виграш при відсутності інформації про хід супротивника.[1]

Гравець дотримується **ЧИСТОЇ СТРАТЕГІЇ** в повторюваних партіях, якщо в кожній партії він вибирає із усіх альтернатив одну й ту саму.[1]

Використання комбінацій чистих стратегій називається **ЗМІШАНОЮ СТРАТЕГІЄЮ**.[1]

Визначення оптимальних стратегій для гравців становить розв'язок гри.

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.2. Ігри з природою

ГРА З ПРИРОДОЮ – гра, в якій свідомо діє тільки один з учасників – гравець А. Для другого учасника – гравця В («природи» або «середовища») виконується одна або декілька з умов:[1]

- для нього не важливий результат;
- він не здатний до осмислених рішень;
- умови не залежать від дій гравця, а визначаються зовнішніми факторами: реакція ринку, державна політика, реальна природа, тощо.[1]

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.2. Ігри з природою

ОСНОВНА ЗАДАЧА В ІГРАХ З ПРИРОДОЮ

полягає в тому, щоб знайти оптимальну (або хоча б раціональну) стратегію, яка найкращим чином приводить гравця А до мети при заданих зовнішніх умовах[1]

(комбінування стратегій з логічних та технічних причин неможливо)[1]

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.2. Ігри з природою

Визначення стратегії ґрунтується на обчисленні та побудові платіжних матриць доходів та втрат за умови вибору різних альтернатив при різних станах середовища, що є найбільш трудомістким етапом.[1]

Помилки в платіжній матриці не можуть бути компенсовані жодними обчислювальними методами і приведуть до невірного підсумкового результату.[1]

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.2. Ігри з природою

ВИДИ ЗАВДАНЬ В ІГРАХ З ПРИРОДОЮ

(залежно від зовнішніх умов):

- **прийняття рішення в умовах ризику – в умовах, коли відомі ймовірності, з якими середовище приймає кожен з можливих станів;[1]**
- **прийняття рішення в умовах невизначеності – в умовах, коли немає можливості отримати інформацію про ймовірності прояву станів середовища.[1]**

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.2. Ігри з природою

Для прийняття рішень

В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

(без використання чисельних значень ймовірностей станів середовища) використовують наступні критерії: [1]

- максимін (критерій Вальда),
- максимакс,
- критерій Лапласа,
- мінімакс (критерій Севіджа),
- критерій Гурвіца. [1]

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.2. Ігри з природою

Для прийняття рішень

В УМОВАХ РИЗИКУ

(з використанням чисельних значень ймовірностей станів середовища) використовують наступні критерії: [1]

- **критерій максимальної ймовірності,**
- **математичне очікування (критерій Байєса),**
- **критерій стандартного відхилення,**
- **критерій Бернуллі,**
- **критерій Лапласа,**
- **критерій Гурвіца.** [1]

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.2. Ігри з природою

ПРИКЛАД 1 [1]

Приватне підприємство виготовляє певну кулінарну продукцію для студентської їдальні. Нехай собівартість виробництва одиниці продукції становить 7 грн. Свіжу продукцію продають в їдальні по 13 грн., а ту, що не була продана в їдальні за день, продають фермерському господарству по 3 грн. Відомо, що щоденний попит на продукцію становить від 1 до 5 одиниць. Необхідно визначити, скільки одиниць продукції треба виготовляти щодня, використовуючи наступні критерії оцінки ризику: 1) критерій максимізації максимального доходу (критерій максимакс);
2) критерій максимізації мінімального доходу (критерій Вальда); 3) критерій Лапласа; 4) критерій Севіджа; 5) критерій Гурвіца.[1]

[1]

Обсяг виробництва	*Можливі варіанти: попит на день*					*Середній прибуток*
	1	2	3	4	5	
1	***6***	6	6	6	6	6
2	2	*12*	12	12	12	10
3	–2	8	*18*	18	18	**12**
4	–6	4	14	*24*	24	**12**
5	–10	0	10	20	***30***	10

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

МАКСИМІН (КРИТЕРІЙ ВАЛЬДА) – максимізація мінімального доходу (критерій песиміста)

Особа, що приймає рішення мінімально готова до ризику. Припускаючи негативний стан середовища, вона не стільки бажає виграти, скільки не програти.[1]

За цим критерієм обирається стратегія, що гарантує максимальне значення найменшого виграшу.[1]

Для цього у кожному рядку матриці фіксують альтернативи з мінімальним значенням результату і з них вибирають максимальне – відповідній альтернативі надається пріоритет:[1]

$$a^* = \max_i (\min_j a_{ij})$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

МАКСИМІН (КРИТЕРІЙ ВАЛЬДА) – максимізація мінімального доходу (критерій песиміста)

Відповідно до нього, приймається рішення, яке дозволяє максимізувати мінімальний дохід. У кожній альтернативі знайдемо результат з мінімальною оцінкою (в таблиці вони всі знаходяться у першому стовпці), і вибираємо альтернативу, що дозволяє максимізувати дохід при найгірших для підприємства варіантах попиту. У нашому прикладі це відповідає рішенню виготовляти 1 одиницю продукції. Це дуже обережний підхід до прийняття рішень (стратегія крайнього песиміста). [1]

[1]

Обсяг виробництва	*Можливі варіанти: попит на день*					*Середній прибуток*
	1	2	3	4	5	
1	***6***	6	6	6	6	6
2	2	*12*	12	12	12	10
3	–2	8	*18*	18	18	**12**
4	–6	4	14	*24*	24	**12**
5	–10	0	10	20	***30***	10

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

МАКСИМАКС –
максимізація максимального доходу (критерій оптиміста)

Особа, що приймає рішення максимально готова до ризику. Вона дотримується наступальної оптимістичної стратегії.[1]

За цим критерієм обирається стратегія, що гарантує максимальне значення найбільшого виграшу.[1]

Для цього у кожному рядку матриці фіксують альтернативи з максимальним значенням результату і з них вибирають найбільше – відповідній альтернативі надається пріоритет:[1]

$$a^* = \max_i (\max_j a_{ij})$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

МАКСИМАКС – максимізація максимального доходу (критерій оптиміста)

Відповідно до нього, приймається рішення, яке дозволяє максимізувати максимальний дохід. Скориставшись цим правилом, у кожній альтернативі знайдемо результат з максимальною оцінкою (в таблиці вони всі знаходяться в п'ятому стовпці), і вибираємо альтернативу, що дозволяє одержати найбільший дохід. У нашому прикладі це відповідає рішенню виготовляти 5 одиниць продукції. Даний підхід використовує азартний схильний до ризику гравець («або пан, або пропав»).[1]

[1]

Обсяг виробництва	*Можливі варіанти: попит на день*					*Середній прибуток*
	1	2	3	4	5	
1	***6***	6	6	6	6	6
2	2	*12*	12	12	12	10
3	–2	8	*18*	18	18	**12**
4	–6	4	14	*24*	24	**12**
5	–10	0	10	20	***30***	10

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЙ ЛАПЛАСА –
максимізація середнього доходу

Відповідно до нього, передбачається, що всі варіанти стану середовища мають однакову імовірність, тому вибирається альтернатива, що дає максимальний середній дохід.[1]

У такому випадку цінності кожної альтернативи можна обчислити за формулою звичайного середнього арифметичного всіх її можливих оцінок за різних станів природи.[1]

Оптимальною є та альтернатива, яка має найбільшу середню оцінку:[1]

$$a^* = \max_i \left(\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}\right)$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

КРИТЕРІЙ ЛАПЛАСА – максимізація середнього доходу

Відповідно до нього, передбачається, що всі варіанти попиту мають однакову імовірність, тому вибирається альтернатива, що дає максимальний середній дохід. У нашому прикладі цьому правилу відповідають альтернативи випускати 3 або 4 одиниці продукції на день, обидві з яких мають середній дохід 12 (шостий стовбець таблиці).[1]

[1]

Обсяг виробництва	*Можливі варіанти: попит на день*					*Середній прибуток*
	1	2	3	4	5	
1	***6***	6	6	6	6	6
2	2	*12*	12	12	12	10
3	–2	8	*18*	18	18	**12**
4	–6	4	14	*24*	24	**12**
5	–10	0	10	20	***30***	10

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

МІНІМАКС (КРИТЕРІЙ СЕВІДЖА) – **мінімізація максимально можливих втрат від неправильно прийнятого рішення (критерій жалю)**

Орієнтований на мінімізацію жалю з приводу втраченого прибутку й допускає розумний ризик заради отримання додаткового прибутку.[1]

Критерій використовується тоді, коли необхідно обрати стратегію захисту від занадто великих втрат.[1]

Використання критерію Севіджа є доцільним тільки за умови фінансової стабільності підприємства, коли є впевненість, що випадковий збиток не призведе до повного краху.[1]

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

МАТРИЦЯ ВТРАТ (МАТРИЦЯ ЖАЛЮ)

Вона будується на основі платіжної матриці прибутків у такий спосіб: для кожного варіанту попиту (стовпця) знаходимо максимальний дохід (виділені курсивом в попередній таблиці), потім обчислюємо максимально можливі втрати всіх альтернатив даного результату (з максимального доходу віднімається дохід відповідної альтернативи).[1]

[1]

Обсяг виробництва	*Можливі варіанти: попит на день*				
	1	2	3	4	5
1	0	6	12	18	***24***
2	4	0	6	12	***18***
3	8	4	0	6	***12***
4	***12***	8	4	0	6
5	***16***	12	8	4	0

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Прийняття рішення за КРИТЕРІЄМ СЕВІДЖА

(мінімізація максимально можливих втрат від неправильно прийнятого рішення): [1]

- знаходимо кращий результат кожного стовбця ($\max_i a_{ij}$);
- визначаємо відхилення від кращого результату кожної окремої графи, тобто $b_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$;
- на основі отриманих результатів будуємо нову матрицю втрат(жалю) з елементами b_{ij} — це недоотриманий прибуток через помилкову оцінку середовища;
- для кожного рядка матриці знаходимо максимальне значення та обираємо альтернативу з найменшим максимальним значенням (жалем): [1]

$$b^* = \min_i (\max_j b_{ij})$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

КРИТЕРІЙ СЕВІДЖА (мінімізація максимально можливих втрат)

Для кожної альтернативи знаходимо максимально можливі втрати (виділені курсивом в таблиці). Потім вибирається альтернатива, якій відповідає мінімальне значення максимальних втрат. У даному прикладі такими є альтернативи випускати 3 або 4 одиниці продукції на день. [1]

[1]

Обсяг виробництва	*Можливі варіанти: попит на день*				
	1	2	3	4	5
1	0	6	12	18	***24***
2	4	0	6	12	***18***
3	8	4	0	6	***12***
4	***12***	8	4	0	6
5	***16***	12	8	4	0

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

КРИТЕРІЙ ГУРВІЦА –
компромісний спосіб прийняття рішень

Передбачає зважений вибір між поглядом крайнього оптимізму (максимакса) та крайнього песимізму (максиміна).[1]

Критерій рекомендує не керуватися ні крайнім оптимізмом, ані крайнім песимізмом, а брати деякий зважений результат (при цьому особа, що приймає рішення сама визначає для себе рівень оптимізму та песимізму).[1]

Застосування критерію ускладнюється через суб'єктивність уявлень (рівня оптимізму та песимізму).[1]

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Прийняття рішення за КРИТЕРІЄМ ГУРВІЦА (компромісний спосіб прийняття рішення) [1]

- особа, яка приймає рішення, задає рівень песимізму α (імовірність гіршого результату), тоді для оптимістичного результату ймовірність дорівнює 1-α;
- на їх основі визначається середньозважений дохід при наявності тільки песимістичного й оптимістичного варіантів із заданими ймовірностями;
- обирається альтернатива, що забезпечує найбільший середньозважений дохід: [1]

$$a^* = \alpha \max_j a_{ij} + (1 - \alpha) \min_j a_{ij},$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

КРИТЕРІЙ ГУРВІЦА – компромісний спосіб прийняття рішень

В нашому прикладі, гірший результат – попит в 1 одиницю продукції на день, кращий – попит в 5 одиниць продукції. Задамо рівень песимізму 0.4, тим самим при прийнятті рішення ми припускаємо, що на кожні 4 дня найгіршого попиту (в 1 одиницю) припадає 6 днів найкращого попиту (в 5 одиниць). Розрахуємо середньозважені прибутки для кожної альтернативи.[1]

Обсяг виробництва	*Прибуток при попиті на день*		*Ймовірність результату*		*Середньозважений прибуток*
	1	5	0,4	0,6	
1	6	6	2,4	+3,6	=6
2	2	12	0,8	+7,2	=8
3	–2	18	–0,8	+10,8	=10
4	–6	24	–2,4	+14,4	=12
5	–10	30	–4,0	+18,0	**=14**

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ

КРИТЕРІЙ МАКСИМАЛЬНОЇ ІМОВІРНОСТІ –

максимізація найбільш ймовірних доходів

Нехай тепер нам відомі ймовірності всіх варіантів попиту. Наприклад, дана статистика продажів за останні 50 днів. Визначте, скільки одиниць продукції доцільно виготовляти щодня, використовуючи правила прийняття рішень з використанням числових значень ймовірностей варіантів: 6) правило максимальної ймовірності; 7) правило оптимізації математичного очікування (правило Байєса).[1]

Відносні частоти (імовірності) щоденного попиту на продукцію[1]

Продано одиниць продукції на день	1	2	3	4	5
Частота	5	10	15	15	5
Імовірність	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ

КРИТЕРІЙ МАКСИМАЛЬНОЇ ІМОВІРНОСТІ – максимізація найбільш ймовірних доходів

Передбачає вибір альтернативи, яка забезпечує найбільший прибуток при найбільш ймовірному стані середовища. Якщо існує декілька таких альтернатив, обирається та з двох, яка забезпечує найбільший дохід.[1]

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ

КРИТЕРІЙ МАКСИМАЛЬНОЇ ІМОВІРНОСТІ – максимізація найбільш ймовірних доходів

передбачає максимізацію найбільш імовірних прибутків (доходів). Найбільша ймовірність 0,3 відповідає попиту в 3 та 4 одиниці продукції на день. Розглянемо тепер прибутки по кожному з варіантів і виберемо альтернативу, що забезпечує найбільший прибуток. При попиті в 3 одиниці найбільший дохід дає альтернатива виготовляти 3 одиниці (прибуток становить 18 грн.), при попиті в 4 одиниці найбільший дохід дає альтернатива виготовляти 4 одиниці (дохід становить 24 грн.), отже, за цим правилом треба виготовляти 4 одиниці продукції на день. [1]

Обсяг виробництва	*Можливі варіанти: попит на день*				
	1	2	3	4	5
	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1
1	***6***	6	6	6	6
2	2	*12*	12	12	12
3	–2	8	*18*	18	18
4	–6	4	14	*24*	24
5	–10	0	10	20	***30***

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЙ МАТЕМАТИЧНОГО ОЧІКУВАННЯ (БАЙЕСА) – максимізація очікуваного доходу або мінімізація очікуваних втрат

Критерієм вибору служить значення математичного очікування результату (доходу або втрат) кожної альтернативи.[1]

Обов'язкова вимога:

$$\sum_{j=1}^{m} P_j = 1$$

Вона означає, що враховано всі можливі стани середовища, і інших бути не може.[1]

Використання цього критерію є доцільним у випадках багаторазового прийняття рішення в однакових умовах.[1]

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

Прийняття рішення за

КРИТЕРЄМ МАТЕМАТИЧНОГО ОЧІКУВАННЯ (БАЙЕСА)

при максимізації очікуваного доходу

- визначається математичне очікування доходу за кожною альтернативою; [1]
- оптимальною вважається альтернатива з найбільшим значенням математичного очікування доходу, ніж в інших альтернативах [1]

$$a^* = \max_i \left(\sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot P_j\right)$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

Прийняття рішення за

КРИТЕРЄМ МАТЕМАТИЧНОГО ОЧІКУВАННЯ (БАЙЕСА)

при максимізації очікуваного доходу

оберемо альтернативу для максимізації очікуваного доходу. Для цього складемо матрицю очікуваних прибутків для кожної альтернативи. Вона будується на основі платіжної матриці, але з урахуванням імовірності (імовірність варіанту множимо на прибуток). Максимальне значення очікуваного прибутку – 14 грн. в день, отже, використовуючи критерій максимізації очікуваного доходу необхідно виготовляти 3 або 4 одиниці продукції на день. [1]

[1]

Обсяг виробництва	*Можливі варіанти: попит на день*					*Очікуваний прибуток*
	1	2	3	4	5	
	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1	
1	0,6	1,2	1,8	1,8	0,6	6
2	0,2	2,4	3,6	3,6	1,2	11
3	–0,2	1,6	5,4	5,4	1,8	**14**
4	–0,6	0,8	4,2	7,2	2,4	**14**
5	–1,0	0,0	3,0	6,0	3,0	11

1. Ризик-менеджмент методичні рекомендації до виконання практичних завдань / авт..-уклад. О. В. Дудник ; Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва. – Харків: ХНТУСГ, 2021 – 52 с.

6.2. Ігри з природою

Прийняття рішення за

КРИТЕРЄМ МАТЕМАТИЧНОГО ОЧІКУВАННЯ (БАЙЕСА)

при мінімізація очікуваних втрат

- будуємо матрицю втрат (жалю) з елементами b_{ij} — це недоотриманий прибуток через помилкову оцінку середовища; [1]
- визначаємо математичне очікування втрат за кожною альтернативою;
- оптимальною вважається альтернатива з найменшим значенням математичного очікування втрат, ніж в інших альтернативах [1]

$$b^* = \min_i \left(\sum_{j=1}^{m} b_{ij} \cdot P_j\right)$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

Прийняття рішення за

КРИТЕРЄМ МАТЕМАТИЧНОГО ОЧІКУВАННЯ (БАЙЕСА)

при мінімізація очікуваних втрат

Обере
мо альтернативу для мінімізації можливих втрат. Для цього складемо таблицю можливих втрат для кожної альтернативи. Вона будується на основі матриці жалю, але з урахуванням імовірності (імовірність варіанту множимо на втрати). Отже, мінімальні очікувані можливі втрати дорівнюють 4,6 грн. в день, тобто найкращим є таке саме рішення, як і в попередньому випадку – виготовляти 3 або 4 одиниці продукції на день.[1]

Обсяг виробництва	*Можливі варіанти: попит на день*					*Очікувані можливі втрати*
	1	2	3	4	5	
1	0	1,2	3,6	5,4	2,4	12,6
2	0,4	0	1,8	3,6	1,8	7,6
3	0,8	0,8	0	1,8	1,2	**4,6**
4	1,2	1,6	1,2	0	0,6	**4,6**
5	1,6	2,4	2,4	1,2	0	7,6

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЙ СТАНДАРТНОГО ВІДХИЛЕННЯ – мінімізація середньоквадратичного відхилення

Передбачає вибір найменш ризикованої стратегії з тих, які мають однакові рівні очікуваного доходу. [1]

Спочатку визначається математичне очікування доходу за кожною альтернативою. Якщо декілька альтернатив мають однакові рівні очікуваного доходу, обирається та з них, яка має найменше середньоквадратичне відхилення (або дисперсію) [1]

$$a^* = \begin{cases} max_i \left(\sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot P_j\right) = max_i M(a_i) \\ min_i \left(\sum_{j=1}^{m} P_j (a_{ij} - M(a_i)\right)^2 \end{cases}$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ

КРИТЕРІЙ БЕРНУЛЛІ – максимізація граничної корисності

У цьому випадку виходять з того, що особа, яка приймає рішення, може оцінити вигоду (корисність) різних альтернатив.[1]

Альтернатива з максимальним значенням граничної корисності є оптимальною.

Якщо особа, яка приймає рішення, має нейтральне відношення до ризику, цей критерій відповідає критерію Байєса.[1]

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ

КРИТЕРІЙ ЛАПЛАСА

(максимізація середнього доходу) –

що передбачає, що всі варіанти стану середовища мають однакову імовірність, тому вибирається альтернатива, що дає максимальний середній дохід;[1]

КРИТЕРІЙ ГУРВІЦА

(компромісний спосіб прийняття рішень) –

що передбачає зважений вибір між поглядом крайнього оптимізму та крайнього песимізму при їх заданих рівнях[1]

РОЗРАХОВУЮТЬСЯ ОДНАКОВО

для ситуацій як невизначеності, так і ризику

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.2. Ігри з природою

КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ

АНАЛІЗ ЧУТЛИВОСТІ РІШЕННЯ

Значення імовірностей, на які ми спирались при прийняття рішень, засновані на статистичній або експертній інформації, яка є неточною. Дослідження залежності вибору рішення від змін значень імовірностей називається аналізом чутливості рішення. Результати аналізу:

Найменування показників	*Можливі варіанти: обсяг виробництва на день*				
	1	2	3	4	5
Базові ймовірності	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1
Очікуваний дохід, грн. в день	6	11	**14**	**14**	11
Альтернативні ймовірності (1)	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Очікуваний дохід (1), грн. в день	6	10	**12**	**12**	10
Альтернативні ймовірності (2)	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3
Очікуваний дохід (2), грн. в день	6	11	14	**15**	14

Видно, що при альтернативному варіанті (1) рішення, не змінилось, хоча середній прибуток знизився з 14 грн. до 12 грн. В варіанті (2) рішення змінилося (уточнилось) – найбільший середній дохід 15 грн. дає альтернатива виготовляти 4 одиниці продукції на день. Таким чином, рішенням 4 є найменш чутливим до змін імовірностей.

6.3. Ігри двох осіб з нульовою сумою

ГРА ДВОХ ОСІБ З НУЛЬОВОЮ СУМОЮ (АНТАГОНІСТИЧНА ГРА) – гра, у якій виграш однієї зі сторін дорівнює програшу іншої, тобто загальна сума виграшів учасників дорівнює нулю.[1]

Невизначеність виникає внаслідок свідомої протидії сторін, що переслідують альтернативні цілі (альтернативність у даному контексті розглядається як досягнення мети однієї зі сторін за рахунок програшу іншої сторони).[1]

1. Івченко І. Ю. Моделювання економічних ризиків і ризикових ситуацій: навчальний посібник. Київ: Центр учбової літератури, 2007. 344 с.

6.3. Ігри двох осіб з нульовою сумою

У загальному вигляді задача теорії ігор для такої гри сформулюється так: [1]

- є деяка діяльність (проект), результати якої залежить як мінімум від двох сторін (**А та В**), що мають протилежні інтереси;
- відомі правила гри, що регламентують результати, до яких приводять можливі варіанти дій сторін;
- відомі результати дій сторін (виграші), виражені в кількісній формі й позначені через $\mathbf{a_{ij}}$ – виграш сторони А, що зробила свій і-й хід при j-му ході сторони В. [1]

1. Гельруд Я. Д. Теория игр: Учебное пособие. Челябинск: ЧГУ, 2012. 64 с.

6.3. Ігри двох осіб з нульовою сумою

Нехай А має n варіантів ходу, а В – m варіантів. Гра полягає в тому, що гравці роблять по одному ходу й А виграє у В суму a_{ij}, якщо А вибрав варіант i (i = 1, 2, ..., n), а В вибрав варіант j (j = 1, 2, ..., m).[1]

Платіжна матриця для гравця А має вигляд:[1]

$$A = [a_{ij}] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Рядки – стратегії гравця А

Стовпці – стратегії гравця В

У грі двох осіб з нульовою сумою **виграш гравця А дорівнює програшу гравця В.** Тоді платіжну матрицю для гравця В немає необхідності розглядати окремо, тому що **В = – А.**[1]

1. Івченко І. Ю. Моделювання економічних ризиків і ризикових ситуацій: навчальний посібник. Київ: Центр учбової літератури, 2007. 344 с.

6.3. Ігри двох осіб з нульовою сумою

ГРА В «ОРЛЯНКУ» – КЛАСИЧНИЙ ПРИКЛАД АНТАГОНІСТИЧНОЇ ГРИ

https://icoins.com.ua/wp-content/uploads/images/p1d172arbs19da1hpo1sd96ht6a49.jpg

http://neomandala.ru/images/op.jpg

6.3. Ігри двох осіб з нульовою сумою

МАТРИЦЯ ГРИ (ПЛАТІЖНА МАТРИЦЯ)

Можливі чисті стратегії	b_1 (орел)	b_2 (решка)
a_1 (орел)	1	-1
a_2 (решка)	-1	1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

https://icoins.com.ua/wp-content/uploads/images/p1d172arbs19da1hpo1sd96ht6a49.jpg

6.3. Ігри двох осіб з нульовою сумою

ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРАТЕГІЇ

Для пошуку оптимальної стратегії використовується «песимістичний» критерій, що називається критерієм максиміну – мінімаксу, який заснований на виборі найкращого з найгірших варіантів.[1]

Теорія виходить з припущення про те, що обидва гравці є однаково сильними та не прощають помилок. Гравець А прагне забезпечити максимальний програш гравця В. Гравець В прагне забезпечити мінімальний виграш гравця А і В.[1]

Передбачається, що оптимальне рішення досягнуто, якщо жодному з гравців невигідно змінювати свою стратегію, тобто досягнення компромісу є вигідним для кожного з них (таке оптимальне рішення – це точка рівноваги або сідлова точка).[1]

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.3. Ігри двох осіб з нульовою сумою

Для знаходження оптимальної стратегії використовують критерій

МАКСИМІНУ – МІНІМАКСУ
(maxmin) (minmax)

- стратегія **гравця А – максимінна (MAXMIN)**, якщо вона максимізує його мінімальний виграш (мінімум береться по всіх стратегіях гравця В). Відповідне їй значення виграшу називається максимінним значенням гри або **НИЖНЬОЮ ЦІНОЮ ГРИ**;[1]

- стратегія **гравця В – мінімаксна (MINMAX)**, якщо вона мінімізує його максимальний програш (максимум береться по стратегіях гравця А). Відповідне їй значення програшу називається мінімаксним (верхнім) значенням гри – **ВЕРХНЬОЮ ЦІНОЮ ГРИ**.[1]

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.3. Ігри двох осіб з нульовою сумою

- Якщо нижня та верхня ціни гри збігаються, має місце **рівновага (maxmin = minmax)**. Відповідне значення гри має назву **сідлова точка**. У цьому випадку гра має розв'язок у чистих стратегіях.[1]
- Гра, для якої існує ситуація рівноваги, малоцікава та **рідко трапляється на практиці**.[1]
- Якщо розігрується кілька партій такої гри, то щоразу дії гравців та результат визначені однозначно та будуть незмінними. Насправді жоден із гравців не ризикне зберігати незмінною обрану стратегію, тому що подібні дії легко «розшифровуються» супротивником.[1]
- Можливість змінювати свої стратегії залежно від партії становить суть будь-якої гри, робить її результат непередбаченим. Однак у цьому випадку виникає проблема визначення оптимальної змішаної стратегії.[1]

1. Теорія ігор. URL: https://studfile.net/preview/5471254/page:2/:

6.4. Математична модель гри

ПОЗНАЧЕННЯ:[1]

- максимін для А: $\alpha = max_i \, min_j \, a_{ij}$,
- мінімакс для В: $\beta = min_j \, max_i \, a_{ij}$,

$$max_i \, min_j \, a_{ij} \leq min_j \, max_i \, a_{ij}$$

- рівновага («сідлова точка»):

$$max_i \, min_j \, a_{ij} = min_j \, max_i \, a_{ij} = a_{i0j0}$$

Стратегії А	Стратегії В		
	B1	B2	B3
A1	A11	A12	A13
A2	A21	A22	A23
A3	A31	A32	A33

Гра має сідлову точку лише тоді, коли в матриці є елемент, одночасно найменший для свого рядка і найбільший для свого стовпця. Цей елемент і є сідловою точкою.[1]

1. Соболь С.М., Багацький В.М. Методичні матеріали щодо змісту та організації самостійної роботи студентів, поточного і підсумкового контролю їх знань з дисципліни "Менеджмент". URL: https://studfile.net/preview/2398773/

6.4. Математична модель гри

ПРИКЛАД 2

Дві компанії А і В, які конкурують у сфері збуту однакової продукції з метою збільшення обсягів продажу розробили наступні альтернативні стратегії: [1]

1. Компанія А: [1]

- А1 (зменшення ціни продукції);
- А2 (підвищення якості продукції);
- А3 (вигідніші умови продажу).

2. Компанія В: [1]

- В1 (розробка реклами);
- В2 (залучення дистриб'юторів) ;
- В3 (збільшення торгових точок).

Стратегії А	Стратегії В		
	В1	В2	В3
А1	6	4	9
А2	9	3	2
А3	7	1	5

Можливі обсяги продажу продукції компанією А при застосуванні можливих пар стратегій наведені у матриці.

Необхідно визначити оптимальну стратегію для А (за теорією ігор – верхню і нижню ціну гри). [1]

1. Соболь С.М., Багацький В.М. Методичні матеріали щодо змісту та організації самостійної роботи студентів, поточного і підсумкового контролю їх знань з дисципліни “Менеджмент”. URL: https://studfile.net/preview/2398773/

6.4. Математична модель гри

ПРИКЛАД 2

РОЗВ’ЯЗОК: [1]

- нижня ціна гри визначається шляхом відбору мінімальних значень по кожному рядку, а потім вибору серед них максимального значення:

$$\alpha = max_i\, min_j\, a_{ij},$$
$$\alpha = 4.$$

- верхня ціна гри визначається шляхом відбору в кожному стовпці максимального числа, а потім вибору серед них мінімального значення:

$$\beta = min_j\, max_i\, a_{ij},$$
$$\beta = 4.$$

ВІДПОВІДЬ: оскільки $\alpha=\beta=4$, то платіжна матриця має «сідлову точку» (А1; В2) і гра вирішується в чистих стратегіях: оптимальна стратегія компанії А – А1, оптимальна стратегія компанії В – В2.

1. Соболь С.М., Багацький В.М. Методичні матеріали щодо змісту та організації самостійної роботи студентів, поточного і підсумкового контролю їх знань з дисципліни “Менеджмент”. URL: https://studfile.net/preview/2398773/

6.4. Математична модель гри

ПОЗНАЧЕННЯ: [1]

- максимін для А: $\alpha = max_i \, min_j \, a_{ij}$,
- мінімакс для В: $\beta = min_j \, max_i \, a_{ij}$,

$$max_i \, min_j \, a_{ij} \leq min_j \, max_i \, a_{ij}$$

- рівновага («сідлова точка»):

$$max_i \, min_j \, a_{ij} = min_j \, max_i \, a_{ij} = a_{i0j0}$$

Стратегії А	Стратегії В		
	B1	B2	B3
A1	A11	A12	A13
A2	A21	A22	A23
A3	A31	A32	A33

Гра має «сідлову точку» тоді й тільки тоді, коли в платіжній матриці є елемент a_{i0j0}, найменший для всіх елементів свого рядка i_0 і найбільший для всіх елементів свого стовпця j_0. [1]

1. Соболь С.М., Багацький В.М. Методичні матеріали щодо змісту та організації самостійної роботи студентів, поточного і підсумкового контролю їх знань з дисципліни “Менеджмент”. URL: https://studfile.net/preview/2398773/

6.4. Математична модель гри

ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ЗМІШАНОЇ СТРАТЕГІЇ

Якщо у грі немає сідлової точки, то можна знайти нижню та верхню ціну гри (максимін та мінімакс), які відображають, що гравець А не повинен сподіватись на виграш більший, ніж верхня ціна гри (максимін) та може бути впевненим в отриманні виграшу не меншого, ніж нижня ціна гри.[1]

Пошук такої стратегії, що є оптимальною, призводить до необхідності застосовувати змішані стратегії, тобто застосовувати певні чисті стратегії з певною частотою.[1]

Змішані стратегії в теорії ігор відображають модель мінливої, гнучкої тактики, коли жоден з гравців не знає, яку чисту стратегію вибере противник в даній партії.[1]

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.4. Математична модель гри

При відсутності «сідлової точки» використовують змішані стратегії які полягають у застосуванні чистих стратегій з певними частотами (ймовірностями).[1]

Нехай:[1]

- $p_1, p_2, .., p_n$ – набір ймовірностей, з якими гравець **A** обирає свої чисті стратегії;
- $q_1, q_2, .., q_m$ – набір ймовірностей, з якими гравець **B** обирає свої чисті стратегії.

Очевидно, що:[1]

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = \sum_{j=1}^{m} q_j = 1$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.4. Математична модель гри

- **Якщо гравець А вибирає свої чисті стратегії з ймовір-ностями p_i, то його очікуваний виграш складе:** [1]

$$a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + \ldots + a_{n1}p_n,$$

при виборі гравцем В своєї 1-ї чистої стратегії, і т.д.,

$$a_{1m}p_1 + a_{2m}p_2 + \ldots + a_{nm}p_n,$$

при виборі гравцем В m-й чистої стратегії.

- **Якщо гравець В вибирає свої чисті стратегії з ймовір-ностями q_j, то його очікуваний програш складе:** [1]

$$a_{11}q_1 + a_{12}q_2 + \ldots + a_{1m}q_m,$$

при виборі гравцем А своєї 1-ї чистої стратегії, і т.д.,

$$a_{n1}q_1 + a_{n2}q_2 + \ldots + a_{nm}q_m,$$

при виборі гравцем А n-й чистої стратегії.

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.4. Математична модель гри

Якщо гравець А вибрав стратегію (p_1, p_2, .., p_n) і при цьому гравець В вибрав (q_1, q_2, .., q_m), то виграш гравця А (він же програш гравця В) складе: [1]

$$H_A(P,Q) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_i \cdot q_j$$

Формуючи свою стратегію, гравець А відповідно до принципу максиміну – мінімаксу повинен вибрати таку стратегію, при якій мінімально можливий виграш був би максимальний, тобто таку стратегію, яка забезпечує: [1]

$$\max_i \min_j \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_i \cdot q_j = v_A.$$

Для гравця В:

$$\min_j \max_i \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_i \cdot q_j = v_B$$

1. Клименко С. М., Дуброва О. С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2005. — 252 с.

6.4. Математична модель гри

ТЕОРЕМА НЕЙМАНА

стверджує, що для будь-якої гри існують оптимальні стратегії гравців А (p_1*, p_2*, ..., p_n*) і В (q_1*, q_2*, ..., q_m*), при цьому максимум найменшого виграшу гравця А збігається з мінімумом найбільшого програшу гравця В (позначимо це значення гри через g).[1]

Таким чином, математичну модель кінцевої гри для гравця А можна представити в наступному вигляді: знайти такі p_i ≥ 0, для яких виконуються умови:[1]

$$\begin{cases} p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1, \\ a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + \ldots + an_1 p_n \geq g, \\ a_{12}p_1 + a_{22}p_2 + \ldots + an_2 p_n \geq g, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \\ a_{1m}p_1 + a_{2m}p_2 + \ldots + a_{nm}p_n \geq g, \end{cases}$$

Рядок обмеження формується зі стовбця матриці

і функція Z = g приймає максимальне значення.

1. Івченко І. Ю. Моделювання економічних ризиків і ризикових ситуацій: навчальний посібник. Київ: Центр учбової літератури, 2007. 344 с.

6.4. Математична модель гри

Спростимо вираз, розділивши всі обмеження на значення g > 0 і поклавши $x_i = p_i / g$ для всіх і. У силу того, що

$$max\ g = min\ 1/g = min\ (p_1/g + \ldots + p_n/g) = min(x_1 + \ldots + x_n)$$

- **ДЛЯ ГРАВЦЯ А завдання приймає вид:**

мінімізувати $Z = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$ при обмеженнях: [1]

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \ldots + a_{n1}x_n \geq 1, \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{n2}x_n \geq 1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1mx1} + a_{2mx2} + \ldots + a_{nm}x_n \geq 1, \\ x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0. \end{cases}$$

Рядок обмеження формується зі стовпця матриці!

Розв'язуючи систему, знаходимо оптимальне рішення x_1^*, $x_2^*, \ldots, x_n^*$, звідки, розділивши на $Z^* = x_1^* + \ldots + x_n^*$, **знаходимо ціну гри $g = 1/Z^*$**

і одержуємо оптимальну стратегію для гравця А $(p_1^*, p_2^*, \ldots, p_n^*)$, яка полягає в застосуванні і-й чистої стратегії із частотою $p_i^* = x_i^* / Z^*$.

1. Івченко І. Ю. Моделювання економічних ризиків і ризикових ситуацій: навчальний посібник. Київ: Центр учбової літератури, 2007. 344 с.

6.4. Математична модель гри

- **ДЛЯ ГРАВЦЯ В** завдання приймає вид:[1]
  максимізувати $F=y_1+y_2+\ldots+y_m$ при обмеженнях

$$\begin{cases} a_{11}y_1+a_{12}y_2+\ldots+a_{1m}y_m\le 1; \\ a_{21}y_1+a_{22}y_2+\ldots+a_{2m}y_m\le 1; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}y_1+a_{n2}y_2+\ldots+a_{nm}y_m\le 1; \\ y_1\ge 0;\ y_2\ge 0;\ \ldots\ y_m\ge 0. \end{cases}$$

Рядок обмеження формується з рядка матриці![1]

Вирішуючи нерівність, знаходимо оптимальний розв'язок $y_1^*, y_2^*,\ldots,y_m^*$, звідки, розділивши на $F^*=y_1^*+y_2^*+\ldots+y_m^*$, одержуємо оптимальну стратегію для гравця В $(q_1^*, q_2^*,.., q_m^*)$, яка полягає в застосуванні j-й чистої стратегії із частотою $q_j^* = y_j^*/ F^*$.[1]

Потім знаходимо ціну гри g =1/Z*=1/F*.

1. Івченко І. Ю. Моделювання економічних ризиків і ризикових ситуацій: навчальний посібник. Київ: Центр учбової літератури, 2007. 344 с.

6.4. Математична модель гри

ПРАВИЛА СПРОЩЕННЯ ПЛАТІЖНОЇ МАТРИЦІ:[1]

- Якщо до кожного елемента платіжної матриці додати те саме число, розв'язок $(p_1^*, p_2^*, \ldots, p_m^*)$ не зміниться, а ціна гри зміниться на додане число.
- Якщо кожний елемент платіжної матриці помножи-ти на те саме число (не 0), розв'язок $(p_1^*, p_2^*, \ldots, p_m^*)$ не зміниться, а ціна гри зміниться у стільки ж раз.
- Якщо будь-який рядок платіжної матриці домінує над іншим рядком, то домінуючі рядки не ввійдуть в оптимальну змішану стратегію і їх можна вилучити.
- Із двох стратегій та краще (домінує), яка гарантує більший виграш незалежно від дій супротивника. Домінуючий рядок, якщо він існує, буде чистою оптимальною стратегією першого гравця. Однак домінуючого рядка може й не існувати.[1]

1. Івченко І. Ю. Моделювання економічних ризиків і ризикових ситуацій: навчальний посібник. Київ: Центр учбової літератури, 2007. 344 с.

6.4. Математична модель гри

ПРИКЛАД 3 [1]

Розглядається три варіанти інвестицій у сільське господарство. Прогноз одержання доходів за рік при різних перспективах на врожай наведені в платіжній матриці.[1]

Варіанти інвестицій	Перспективи на врожай [1]		
	гарні	середні	погані
1. АТ «Сільгосптехніка»	**0**	**10**	**-60**
2. АТ «Агроімпорт»	**0**	**100**	**250**
3. АТ «Агроекспорт»	**150**	**50**	**-50**

Як необхідно розпорядитися капіталом для того, щоб одержати найбільший дохід?

1. Самостоятельная работа студентов. *Poznayka*: вебсайт. URL: https://poznayka.org/s48486t2.html

6.4. Математична модель гри

ПРИКЛАД 3

РОЗВ'ЯЗОК:

Гра не має рівноваги. Тоді будемо знаходити оптимальну змішану стратегію. В цьому випадку шукані змінні p_1, p_2, p_3 визначатимуть пропорції вкладень.[1]

Помітимо, що елементи першого рядка матриці менше відповідних елементів другого і третього рядків, і вона може бути вилучена (перший варіант інвестицій є очевидно неефективним у порівнянні з іншими).[1]

Завдання: мінімізувати Z= x_2+x_3 при обмеженнях

Варіанти інвестицій	Перспективи на врожай[1]		
	Г	С	П
1.	0	10	-60
2.	0	100	250
3.	150	50	-50

$$\begin{cases} 0x_2 + 150x_3 \geq 1, \\ 100x_2 + 50x_3 \geq 1, \\ 250x_2 - 50x_3 \geq 1, \\ x_1 = 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0. \end{cases}$$ [1]

1. Самостоятельная работа студентов. *Poznayka*: вебсайт. URL: https://poznayka.org/s48486t2.html

6.4. Математична модель гри

ПРИКЛАД 3

РОЗВ’ЯЗОК:

Вирішуючи дане завдання стандартними засобами одержимо наступний розв'язок:[1]

$$x_1^*=0,\ x_2^*=1/150,\ x_3^*=1/150.$$

Значення гри (гарантований виграш):[1]

$$g=1/Z^*=1/(x_1^*+x_2^*+x_3^*)=150/2=75,$$

звідки:[1]

$$p_1^*=0,$$

$$p_2^*=x_2^*/Z^*=75/150=1/2,$$

$$p_3^*=x_3^*/Z^*=75/150=1/2.$$

ВІДПОВІДЬ: оптимальною стратегією є вкладення капіталу рівними частками в другий і третій варіанти, при цьому гарантований дохід складе 75.[1]

1. Самостоятельная работа студентов. *Poznayka*: вебсайт. URL: https://poznayka.org/s48486t2.html