

Тема 8. Квантова оптика

Зміст

Гіпотеза Планка	1
Закони теплового випромінювання	1
Закон Кірхгофа	2
Закон Стефана-Больцмана	3
Явище зовнішнього фотоефекту	4
Закони зовнішнього фотоефекту	4
Формула Ейнштейна для фотоефекту:	5
Ефект Комптона	7
Маса, імпульс фотона. Корпускулярно-хвильовий дуалізм світла	8

Гіпотеза Планка

Аналіз складу світлового випромінювання показав, що його розподіл за частотами коливань не відповідає законам випромінювання, виведеним із хвильової теорії світла. Для пояснення цього факту Планк сформулював гіпотезу, що світло випромінюється певними **порціями енергії – квантами**. Енергія кванта визначається за формулою Планка:

$$e = h\nu,$$

де $h=6,62\cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка; ν – частота коливань електромагнітного випромінювання.

Ейнштейн в 1905 р. висунув гіпотезу щодо дискретної природи світлового випромінювання, тобто про можливість розповсюдження світлової хвилі в просторі окремими **квантами** (частинками світлового випромінювання, що названі **фотонами**).

Закони теплового випромінювання

Випромінювання нагрітими тілами електромагнітних хвиль за рахунок їхньої внутрішньої енергії називається **тепловим випромінюванням**.

Теплове випромінювання характеризується неперервним спектром. Інтенсивність і спектральний склад теплового випромінювання визначається в першу чергу температурою тіла.

Теплове випромінювання – єдиний вид випромінювання, який може бути рівноважним. До рівноважних станів і процесів застосовуються закони термодинаміки. Наведемо деякі характеристики теплового випромінювання.

1. **Спектральна густина енергетичної світності** (випромінюваність) тіла – це потужність випромінювання з одиниці площі поверхні тіла в інтервалі частот одиничної ширини:

$$R_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{випр.}}{d\nu}$$

Одиниця спектральної густини енергетичної світності $R_{\nu, T} \rightarrow \frac{Дж}{м^2}$.

2. Здатність тіл поглинати падаюче на них випромінювання характеризується **спектральною поглинальною здатністю**:

$$A_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{погл.}}{dW_{\nu, \nu+d\nu}}$$

Ця величина показує, яка доля енергії електромагнітних хвиль, що падає на одиницю площі поверхні тіла за одиницю часу з частотою від ν до $\nu+d\nu$, поглинається тілом. Тіло, яке здатне поглинати повністю при будь-якій температурі усе падаюче на нього випромінювання будь-якої частоти, називається **абсолютно чорним тілом**. Отже, спектральна поглинальна здатність чорного тіла для усіх частот і температур тотожно рівна одиниці:

$A_{\nu, T}^{чорне} \equiv 1$. Поряд з поняттям абсолютно чорного тіла використовують поняття сірого тіла. **Сіре тіло** – це тіло, поглинальна здатність якого менша одиниці, вона однакова для всіх частот і залежить тільки від температури, матеріалу і стану поверхні тіла $A_{\nu, T}^{сіре} = A_T = const < 1$.

Знаючи спектральну густина енергетичної світності можна визначити **інтегральну енергетичну світність** (інтегральну випромінювальність), яку називають **енергетичною світністю тіла**:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu, T} d\nu$$

Енергетична світність тіла – це енергія, випромінювана з одиниці площі поверхні тіла, що світиться, за одиницю часу у всьому інтервалі частот (довжин хвиль) від 0 до ∞ .

Закон Кірхгофа

Відношення спектральної густини енергетичної світності до спектральної поглинальної здатності не залежить від природи тіла; це відношення є універсальною функцією частоти (довжини хвилі) для всіх тіл при даній температурі:

$$\frac{R_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = r_{\nu, T}$$

Із цього закону витікає, що $r_{\nu, T}$ – універсальна функція Кірхгофа – є **спектральна густина енергетичної світності чорного тіла**.

Використовуючи закон Кірхгофа, запишемо вираз для енергетичної світимості чорного тіла.

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda .$$

Теплове випромінювання чорного тіла підлягає законам **Стефана-Больцмана і Віна**, а розподіл енергії в спектрі теплового випромінювання чорного тіла підлягає розподілу, що називається **функцією Планка**.

Закон Стефана-Больцмана

Енергетична світність чорного тіла пропорційна четвертому степеню його термодинамічної температури:

$$R_e = \sigma \cdot T^4 ,$$

де R – інтегральна енергетична світність абсолютно чорного тіла; σ – стала Стефана-Больцмана, що має значення $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²·К⁴;

T – абсолютна термодинамічна температура, виражена в Кельвінах (К).

Закон Стефана-Больцмана не відповідає на питання про спектральний розподіл випромінювання чорного тіла. Аналіз експериментальних кривих залежності $r_{\lambda, T}$ від довжини λ при різних температурах показав, що розподіл енергії в спектрі чорного тіла є нерівномірним. Всі криві мають явно виражений максимум, який зі зростанням температури зміщується в більш високочастотну область. Для максимуму кривої розподілу встановлений **закон зміщення Віна**:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} ,$$

де λ_{\max} – довжина хвилі, на яку приходить максимум енергії випромінювання; b – стала Віна. Цей закон свідчить, що довжина хвилі λ_{\max} , яка відповідає максимальному значенню спектральної густини енергетичної світності $r_{\lambda, T}$ чорного тіла, обернено пропорційна його термодинамічній температурі (рис.6). Експериментальне значення сталої Віна $b=2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К.

Закони Стефана-Больцмана і Віна є експериментальними законами теплового випромінювання. На основі квантової гіпотези, згідно з якою електромагнітна енергія випромінюється і поглинається у вигляді квантів, Планк **теоретично** вивів формулу для спектральної густини енергетичної світності чорного тіла:

$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} .$$

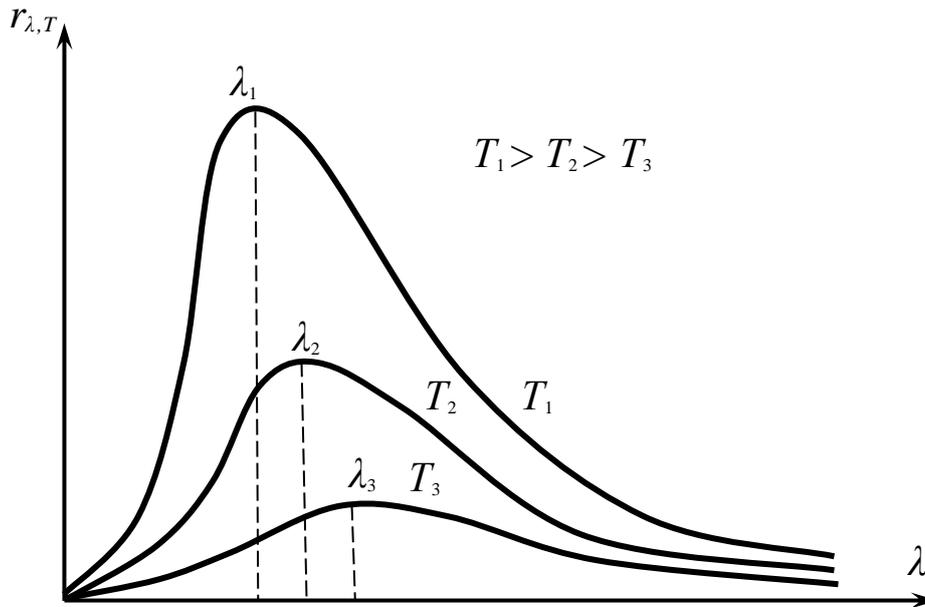


Рис.6

Ця формула Планка не тільки узгоджується з експериментом, але містить усі часткові закони теплового випромінювання, а також дозволяє розрахувати сталі величини в законах теплового випромінювання.

Гіпотеза світлових квантів випромінювання чорного тіла отримала підтвердження і подальший розвиток при поясненні явища **фотоефекту**.

Явище зовнішнього фотоефекту

полягає у випусканні речовиною електронів під дією падаючого світла.

Закони зовнішнього фотоефекту

1. Сила фотоструму насичення пропорційна освітленості фотокатода.
2. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів не залежить від інтенсивності падаючого світла, а визначається тільки його частотою ν .
3. Для кожної речовини існує “червона межа” фотоефекту, тобто мінімальна частота ν_0 світла, нижче якої фотоефект неможливий (або, існує максимальна довжина хвилі, вище якої фотоефект неможливий).

Важливо відмітити, що фотоефект є безінерційним.

У рамках квантової теорії фотоефекту кожний світловий квант (фотон) взаємодіє лише з **одним** електроном. Енергія падаючого фотона $h\nu$ витрачається на здійснення електроном роботи виходу A з речовини та на надання фотоелектрону кінетичної енергії.

Формула Ейнштейна для фотоефекту:

$$h\nu = A + T_{\max} = A + mV_{\max}^2 / 2,$$

де $h\nu$ – енергія фотона, що падає на поверхню металу; A – робота виходу електрона; T_{\max} – максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

Червона границя фотоефекту (червона межа фотоефекту):

$$\nu_0 = A/h, \text{ чи } \lambda_0 = hc/A,$$

де ν_0 – мінімальна частота світла, при якій фотоефект ще можливий; λ_0 – максимальна довжина хвиль світла, при якій ще можливий фотоефект; h – стала Планка; c – швидкість світла у вакуумі.

В явищах фотоефекту світло виявляє свої корпускулярні властивості. З рівняння Ейнштейна для фотоефекту випливає, що фотоефект може спостерігатись тільки тоді, коли енергія $h\nu$ світлового кванта (фотона), що падає на поверхню речовини, не менша роботи виходу A . Отже, якщо освітлювати речовину світлом різних частот, поступово переходячи від менших до більших (тобто від довших до коротших довжин хвиль), то фотоефект виникатиме тільки після досягнення червоної границі фотоефекту, $\nu_0 = A/h$ – межі, що відповідає нульовому значенню швидкості фотоелектронів, $V = 0$.

Як приклад, у таблиці наведено значення роботи виходу та червоної границі $\lambda_0 = c/\nu_0$ для деяких чистих металів.

Метал	Cs	K	Na	Li	Ta	Hg	Au	Fe	Ag
A , eВ	1,88	2,26	2,20	2,48	4,07	4,54	4,68	4,74	4,76
λ_0 , нм	660	550	540	500	305	273,5	265	262	261

Фотон, що падає на метал, може поглинатися (повністю) одним з його вільних електронів. Це означає, що енергія $h\nu$, яка існувала до цього моменту у формі кванта світла (електромагнітна енергія), перетворюється в кінетичну енергію електрона. Якщо частота світла ν перевищує червону границю (тобто $\nu > \nu_0$), то за рахунок поглинутої енергії електрон може виконати роботу виходу A і вилетіти з металу. Однак не всі, а лише деякі фотони дають такий ефект: один вирваний світлом електрон (фотоелектрон) припадає приблизно на тисячу фотонів, що падають на метал. Інші фотони поглинаються вільними електронами, не вириваючи їх з металу (навіть при $\nu > \nu_0$). Енергія, що отримується таким способом електронами, передається атомам металу і перетворюється в енергію теплового руху – метал нагрівається.

Позначимо через N_e число електронів, які вириваються щосекунди світлом з одиниці площі поверхні металу, а через N_ϕ – число фотонів, які падають щосекунди на одиницю площі тієї ж поверхні. Природно вважати, що ці величини пропорційні одна одній:

$$N_e \sim N_\phi. \quad (1)$$

Інтенсивність світла I визначається кількістю електромагнітної енергії, що переноситься за одиницю часу через одиничну площадку, перпендикулярну напрямку розповсюдження енергії. Отже, для монохроматичного світла $I = h\nu \cdot N_\phi$, таким чином,

$$N_e \sim I. \quad (2)$$

Співвідношення (2) виражає одну з перелічених закономірностей фотоефекту: кількість фотоелектронів пропорційна інтенсивності світла. Для спостереження фотоефекту використовується схема, показана на рис. 7. Тут K – пластинка металу, що освітлюється; A – друга пластинка, яку приєднано разом з першою через гальванометр Γ до відповідних полюсів батареї B . Електрони, що звільняються світлом частотою $\nu > \nu_0$ з пластини K (катода), під дією різниці потенціалів летять до пластини A (анода) і далі проходять по провідниках через гальванометр, замикаючи струм батареї B . Як бачимо, фотоефект дозволяє перетворювати енергію світла в електричну. Таке перетворення відбувається в будь-якому фотоелементі.

На рис. 8 наведено типову вольт-амперну характеристику вакуумного фотоелемента – залежність сили струму I , що проходить через фотоелемент (фотоструму), від прикладеної до нього напруги U , $I = I(U)$. У разі збільшення прискорюючої (на катоді “-”, на аноді “+”) напруги фотострум I зростає, досягаючи постійного значення $I_{\text{нас}}$ (струм насичення). Навпаки, поле направлене так, щоб гальмувати рух електронів від катода до анода (на катоді “+”, на аноді “-”), зменшує струм і навіть може звести його до нуля. Насичення струму настає, тоді коли всі звільнені світлом електрони досягають анода.

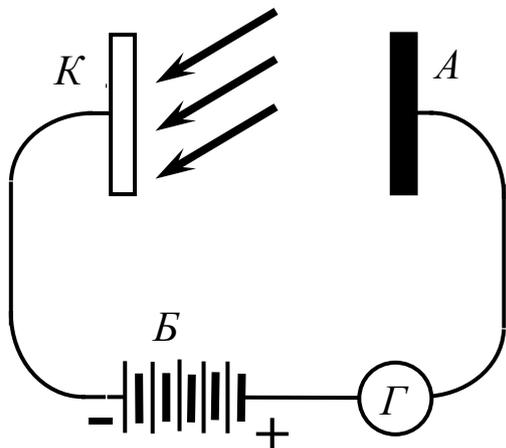


Рис. 7

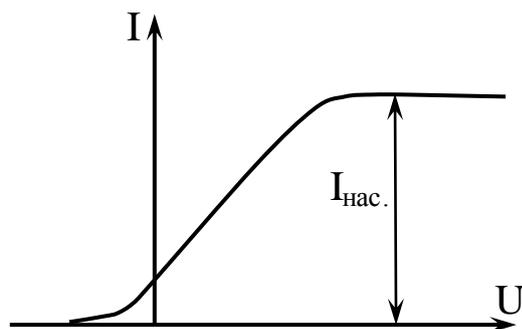


Рис. 8

Це означає, що

$$I_{нас} = eN_e S, \quad (3)$$

де e – заряд електрона; S – площа поверхні катода, що освітлюється. Таким чином, кількість вирваних світлом електронів можна визначити, вимірюючи фотострум насичення.

Беручи до уваги співвідношення (2), робимо висновок, що

$$I_{нас} \sim I, \quad (4)$$

тобто фотострум насичення пропорційний інтенсивності світла.

Для експериментальної перевірки цієї закономірності в роботі використовується те, що інтенсивність I світла, яке випромінює точкове джерело, при збільшенні відстані r від нього зменшується за законом:

$$I \sim \frac{1}{r^2}. \quad (5)$$

Відповідно до (4) така ж залежність повинна спостерігатися і для величини $I_{нас}$.

Ефект Комптона

(розсіяння кванта рентгенівського випромінювання на вільному або слабозв'язаному електроні).

Формула для зсуву довжини хвилі розсіяного кванта рентгенівського випромінювання:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} [1 - \cos \theta]$$

чи

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

де λ – довжина хвилі фотона, що зустрівся з вільним чи слабо-зв'язаним електронем; λ' – довжина хвилі фотона, розсіяного на кут θ після зіткнення з електронем; m_0 – маса електрона, який знаходиться у спокої.

Коефіцієнт, що входить у цю формулу називається комптонівською довжиною хвилі:

$$\Lambda = h / m_0 c.$$

Коефіцієнт Λ є сталою величиною, що дорівнює:

$$\Lambda = 2,430 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 2,430 \text{ нм}$$

Тиск світла при нормальному падінні на поверхню:

$$p = E_0 \left[\frac{1}{c} + \rho \right] = \omega \left[\frac{1}{c} + \rho \right],$$

де E_0 – енергетична освітленість; ω – об’ємна густина енергії випромінювання; ρ – коефіцієнт відбивання.

Маса, імпульс фотона. Корпускулярно-хвильовий дуалізм світла

Енергія фотона:

$$\varepsilon = h\nu, \quad \varepsilon = \hbar\omega,$$

де h – стала Планка; \hbar – стала Планка, що поділена на 2π ; ν – частота фотона; ω – циклічна частота.

Маса фотона визначається універсальним співвідношенням маси та енергії Ейнштейна:

$$m_0 = \frac{e}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Фотон – елементарна частинка, яка рухається зі швидкістю світла c і має масу спокою, рівну нулю.

Імпульс P_γ визначається співвідношенням:

$$P_\gamma = m_0 c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

де c – швидкість світла у вакуумі; λ – довжина хвилі фотона.

Із наведених формул витікає, що фотон, як і будь-яка інша частинка речовини, характеризується енергією, масою та імпульсом. Ці формули зв’язують корпускулярні характеристики фотона – масу, імпульс, енергію – з хвильовою характеристикою світла – його частотою ν .

Отже, для світла, як і будь-якого електромагнітного випромінювання притаманні одночасно корпускулярні і хвильові властивості – **корпускулярно-хвильовий дуалізм**.