

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ ВИЗНАЧЕНОСТІ

ЛЕКЦІЯ 6



ПИТАННЯ ДЛЯ РОЗГЛЯДУ

- 1. Класифікація рішень
- 2. Постановка задачі багатокритеріальної оптимізації.
- 3. Абсолютно-оптимальні оцінки і альтернативи
- 4. Ефективні оцінки і альтернативи
- 5. Слабко ефективні оцінки і альтернативи
- 6. Методи багатокритеріальної оптимізації. Метод ідеальної точки
- 7. Метод послідовних поступок
- 8. Метод послідовного вводу обмежень
- 9. Метод бажаної точки

1. КЛАСИФІКАЦІЯ РІШЕНЬ

Одною із головних задач і обов'язків керівника є прийняття своєчасних і ефективних рішень, а тому важливою задачею працівників системи контролінгу є своєчасна, об'єктивна та, за можливістю, найбільш повна інформаційна підтримка цього процесу, а також розробка і аналіз альтернативних варіантів управлінських рішень.

Управлінське рішення – це фіксована управлінська дія, яка спрямовує трудовий колектив у напрямку досягнення цілей, поставлених перед організацією.

Для більш повного забезпечення керівника потрібною інформацією, в рамках системи контролінгу пропонується проводити класифікацію майбутніх рішень за певними ознаками

Класифікація управлінських рішень у контролінгу

I. За складністю інформації,
необхідної для прийняття
рішення

Запрограмовані | Незапрограмовані

II. За ступенем
стандартизації

Складні | Прості

III. За ступенем визначеності
результатів

В умовах визначеності | В умовах ризику | В умовах невизначеності

- Рис. 1. Класифікація управлінських рішень у контролінгу

За ступенем визначеності результатів виконання кожного з варіантів рішень

Рішення в умовах визначеності – керівник точно знає всі можливі варіанти дій і передбачає результати, які отримає після реалізації кожного варіанту.

Рішення в умовах ризику – керівник точно знає всі можливі варіанти дій і може визначити ймовірність отримання як позитивного, так і негативного результату.

Рішення в умовах невизначеності – керівник не має точної інформації про варіанти дій і не може оцінити ймовірності отримання бажаних результатів.

Критерії прийняття рішення в умовах визначеності передбачає, що варіанти дій є відомі, а також відомими є результати, що мають бути отриманими

Критерії прийняття рішення в умовах ризику передбачає, що варіанти дій є відомі, а також відомими і невідомими є результати, що мають бути отриманими.

- Критерії прийняття рішення в умовах невизначеності передбачає, що варіанти дій є невідомі, а також невідомими є результати, що мають бути отриманими.



2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Задачі і прийняття рішень в умовах визначеності при числовій оцінці наслідків, тобто коли зв'язок між альтернативами й наслідками детермінований (кожній альтернативі відповідає тільки один наслідок) і ціль ототожнюється з максимізацією чи мінімізацією деякої дійсно значної функції, яка визначена на множині всіх наслідків.

Оскільки кожній альтернативі відповідає тільки один наслідок і “корисність” (по відношенню до цілі задачі) цього наслідку оцінюється деякою єдиною числовою оцінкою, а нас цікавить у кінцевому підсумку найкраща оцінка і відповідна їй альтернатива, то можна встановити прямий зв'язок альтернатива – числова оцінка відповідного наслідку, минаючи саме наслідок.

В результаті такого підходу отримаємо дійснозначну функцію f , яка визначена на множині альтернатив і будемо називати її цільовою функцією

Оскільки ціль в задачах і прийнятті рішення при числовій оцінці наслідків полягає у знаходженні такого наслідку, що максимізує чи мінімізує числову оцінку, то під оптимальним розв'язком задачі в умовах визначеності природно розуміти ту альтернативу, яка забезпечує цільовій функції мінімальне чи максимальне значення.

- Таким чином, можна зробити висновок: математичною моделлю задачі прийняття рішень в умовах визначеності при числовій оцінці наслідків є задача оптимізації (максимізації чи мінімізації) дійсної функції, що задана на множині альтернатив.



Постановка задачі багатокритеріальної оптимізації (БКО). Нехай $M = \{1, 2, \dots, m\}$ – множина критеріїв $f_i(x)$, $i \in M$, (показників, цільових функцій, що за змовченням максимізуються), m – їхня кількість, $m \geq 2$. За цими критеріями особа, що приймає рішення (ОПР), вибирає альтернативу (рішення) $x = (x_1, \dots, x_n) \in X$, де X – множина альтернатив, n – розмірність простору альтернатив. Таким чином, виникає задача багатокритеріальної оптимізації (БКО): «Яку єдину альтернативу треба вибрати ОПР, щоб вона «одночасно» максимізувала всі його критерії»? Ця задача формулюється у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} f_i(x) &\rightarrow \max, \quad i \in M, \\ x &\in X. \end{aligned} \tag{1}$$

Інколи задачу БКО зручно розглядати у так званому просторі оцінок і тоді вона має вигляд:

$$\begin{aligned} y_i &\rightarrow \max, \quad i \in M, \\ y &= (y_1, \dots, y_m) \in Y, \end{aligned} \tag{2}$$

де $y = (y_1, \dots, y_m)$ – вектор оцінки, а $Y = \{y = (y_1, \dots, y_m) \mid y_i = f_i(x), i \in M; x \in X\}$ – множина оцінок.

3. АБСОЛЮТНО-ОПТИМАЛЬНІ ОЦІНКИ І АЛЬТЕРНАТИВИ

- В задачах багатокритеріальної оптимізації принцип оптимальності залежить від задання відношення переваги на множині оцінок (від способу порівняння оцінок).

Означення. Будемо говорити, що оцінка $y = (y_1, \dots, y_m)$ переважає (не строго) оцінку $y' = (y'_1, \dots, y'_m)$ і позначимо це $y \succeq y'$, якщо $y_i \geq y'_i, i \in M$.

Таке відношення переваги буде рефлексивним та транзитивним (називається квазіпорядком). Відповідно до максимального елементу за цим відношенням визначається абсолютно-оптимальна оцінка.

Означення. Оцінка y^* називається абсолютно-оптимальною, якщо вона переважає будь-яку іншу оцінку, тобто $y^* \succeq y$ для $\forall y \in Y$. Позначимо множину абсолютно-оптимальних оцінок через $Q(Y)$.

Означення. Альтернатива x^* називається абсолютно-оптимальною, якщо їй відповідає абсолютно-оптимальна оцінка $y^* = (y_1^*, \dots, y_m^*) \in Q(Y)$, де $y_i^* = f_i(x^*), i \in M$. Очевидно, що $f_i(x^*) \geq f_i(x) \quad \forall i \in M$, для $\forall x \in X$.

Позначимо множину абсолютно-оптимальних альтернатив через $Q(X)$.

Умови існування абсолютно-оптимальних альтернатив установлює наступна теорема. Позначимо $X^i = \operatorname{Argmax}_{x \in X} f_i(x)$ – множину оптимальних альтернатив за критерієм $i \in M$.

Теорема. Нехай множини оптимальних альтернатив за кожним критерієм задачі (2.1) є не порожніми, тобто $X^i \neq \emptyset$, $i \in M$. Тоді множина абсолютно-оптимальних альтернатив $Q(X) = \bigcap_{i=1}^m X^i$.

Доведення. Спочатку покажемо, що $Q(X) \subseteq \bigcap_{i=1}^m X^i$, що очевидне коли $Q(X) = \emptyset$. Нехай $Q(X) \neq \emptyset$ і виберемо $\bar{x} \in Q(X)$. Тоді за визначенням абсолютно-оптимальної альтернативи отримаємо наступний ланцюг імплікацій:

$$\begin{aligned} \forall x \in X, \bar{x} \geq x &\Rightarrow \bar{y} = f(\bar{x}) \geq f(x) = y \Rightarrow f_i(\bar{x}) \geq f_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, m \Rightarrow \\ f_i(\bar{x}) &= \max_{x \in X} f_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, m \Rightarrow \bar{x} \in X^i, \quad i = 1, 2, \dots, m \Rightarrow \bar{x} \in \bigcap_{i=1}^m X^i. \end{aligned}$$

Тепер покажемо, що $Q(X) \supseteq \bigcap_{i=1}^m X^i$, що очевидне коли $\bigcap_{i=1}^m X^i = \emptyset$. Нехай $\bigcap_{i=1}^m X^i \neq \emptyset$ і виберемо $\bar{x} \in \bigcap_{i=1}^m X^i$. Тоді отримаємо наступний ланцюг відношень:

$$\begin{aligned} \bar{x} \in \bigcap_{i=1}^m X^i &\Rightarrow \bar{x} \in X^i, \quad i = 1, 2, \dots, m \Rightarrow f_i(\bar{x}) = \max_{x \in X} f_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, m \Rightarrow \\ f_i(\bar{x}) &\geq f_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, m \Rightarrow \bar{y} = f(\bar{x}) \geq f(x) = y \Rightarrow \forall x \in X, \bar{x} \geq x \\ &\Rightarrow x \in Q(X). \end{aligned}$$

Теорема доведена. ♦

Абсолютно-оптимальні альтернативи і відповідно абсолютно-оптимальні оцінки, як уже відзначалося, безумовно, можуть вважатися оптимальними, однак практично вони майже ніколи не існують.

4. ЕФЕКТИВНІ ОЦІНКИ І АЛЬТЕРНАТИВИ

Означення. Будемо говорити, що оцінка $y = (y_1, \dots, y_m)$ строго переважає (домінує) оцінку $y' = (y'_1, \dots, y'_m)$ і позначимо це $y \succ y'$, якщо $y_i \geq y'_i \quad \forall i \in M$ і хоча б одна нерівність є строгою, тобто $y \neq y'$.

Це означення є настільки природним, що у всіх моделях прийняття індивідуальних рішень вводиться як аксіома і називається (сильною) аксіомою Парето. Таке відношення переваги буде асиметричним та від'ємно транзитивним (називається нестрогим частковим порядком).

Відповідно до максимального елементу за цим відношенням визначається ефективна оцінка.

Означення. Оцінка y^* називається ефективною (оптимальною за Парето), якщо не існує оцінки $y \in Y$ такої, що $y \succ y^*$. Позначимо множину ефективних оцінок через $P(Y)$.

Означення. Альтернатива x^* називається ефективною (оптимальною за Парето), якщо їй відповідає ефективна оцінка $y^* = (y_1^*, \dots, y_m^*) \in P(Y)$, де $y_i^* = f_i(x^*)$, $i \in M$.

Очевидно, що $\forall x \in X$, для якого $f_i(x) \geq f_i(x^*) \quad \forall i \in M$, та хоча б одна нерівність була строгою, тобто $\exists i \in M : f_i(x) > f_i(x^*)$.

Позначимо множину ефективних альтернатив через $P(X)$.

Умови існування ефективних альтернатив установлює наступна теорема.

Теорема (Подіновський). Оцінка $y^0 \in Y$ є ефективною тоді і лише тоді, коли для кожного $i \in M$:

$$y_i^0 = \max_{y \in Y^i} y_i, \quad (1)$$

$$\text{де } Y^i = \{y \in Y \mid y_j \geq y_j^0, j \in M; j \neq i\}. \quad (2)$$

Якщо $y^0 \in Y$ є ефективною, то вона є єдиною в Y точкою, що задовольняє (1) при кожному $i \in M$.

Доведення. Доведемо достатність. Нехай $y_i^0 = \max_{y \in Y^i} y_i$. Припустимо супротивне, що $y^0 \notin P(Y)$. Тоді знайдеться така оцінка $\bar{y} \in Y$, що $\bar{y}_i \geq y_i^0$, $\forall i \in M$; $\exists j \in M : \bar{y}_j > y_j^0$. Таким чином $\bar{y} \in Y^i$, $\bar{y}_i > y_i^0$. Звідси слідує, що $\bar{y}_i > y_i^0 = \max_{y \in Y^i} y_i$. Одержали суперечність.

Доведемо необхідність. Нехай $y^0 \in P(Y)$. Побудуємо множини Y^i , $\forall i \in M$ за умовами (2). Помітимо, що $Y^i \neq \emptyset$, $\forall i \in M$. Припустимо супротивне, що $\exists i \in M : \max_{y \in Y^i} y_i > y_i^0$. Тоді для оцінки $\bar{y} \in Y^i$, $\bar{y}_i = \max_{y \in Y^i} y_i$ маємо $\bar{y}_j \geq y_j^0$, $\forall j \in M$; $\bar{y}_i > y_i^0$. Звідси, за означенням ефективної оцінки, одержимо $y^0 \notin P(Y)$. ♦

Для строго опуклих задач БКО буває корисною наступна теорема.

Теорема. Нехай множина альтернатив X є опуклою, а $f(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))$ є строго опуклою вгору вектор-функцією. Для ефективності альтернативи x^* необхідно і достатньо, щоб існував вектор $\lambda \in L^{\geq 0} = \left\{ \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m) \mid \sum_{i \in M} \lambda_i = 1; \lambda_i \geq 0, i \in M \right\}$, при якому скалярний добуток $\langle \lambda, f(x^*) \rangle = \max_{x \in X} \langle \lambda, f(x) \rangle$.

5. СЛАБКО ЕФЕКТИВНІ ОЦІНКИ І АЛЬТЕРНАТИВИ

- В деяких випадках, зокрема в моделях прийняття групових рішень, відношення переваги на множині оцінок Y повинне відбивати “групову думку”, яка агрегує індивідуальні. Очевидно, в різних ситуаціях підсумок порівняння оцінок y і y' може залежати від того, скільки строгих нерівностей виконується при порівнянні їхніх компонент. Однак самим слабким є припущення, яке полягає в тому, що в для всієї групи оцінка y переважніше y' якщо всі нерівності є строгими. Це припущення називається слабкою аксіомою Парето.

Означення. Будемо говорити, що оцінка $y = (y_1, \dots, y_m)$ сильно переважає (строго домінує) оцінку $y' = (y'_1, \dots, y'_m)$ і позначимо це $y \succ y'$, якщо $y_i > y'_i$. Таке відношення переваги буде асиметричним та транзитивним (називається строгим частковим порядком).

Відповідно до визначення максимального елементу за цим відношенням введемо поняття слабо ефективної оцінки.

Означення. Оцінка y^* називається слабо ефективною (оптимальною за Слейтером), якщо не існує оцінки $y \in Y$ такої, що $y \succ y^*$. Позначимо множину слабо ефективних (оптимальних за Слейтером) оцінок через $S(Y)$.

Означення. Альтернатива x^* називається слабо ефективною (оптимальною за Слейтером), якщо їй відповідає слабо ефективна оцінка,

тобто $y_i^* = f_i(x^*)$, $i \in M$. Очевидно, що $\nexists x \in X : f_i(x) > f_i(x^*) \quad \forall i \in M$.

Позначимо множину ефективних альтернатив через $S(X)$.

Теорема. (Гермейер). Припустимо, що $y^0 \in Y$ і $y_i^0 > 0 \quad \forall i \in M$. Оцінка y^0 є слабо ефективною тоді і тільки тоді, коли існує вектор $\lambda \in L^{>0} = \left\{ \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m) \mid \sum_{i \in M} \lambda_i = 1; \lambda_i > 0, i \in M \right\}$ такий, що

$$\min_{i \in M} \lambda_i y_i^0 = \max_{y \in Y} \min_{i \in M} \lambda_i y_i \quad (1)$$

Для слабо ефективної оцінки $y^0 \in Y$ можна прийняти $\lambda = \lambda^0$, де $\lambda^0 \in L^+$ – вектор з компонентами

$$\lambda_i^0 = \xi^0 / y_i^0, \quad i \in M; \quad \xi^0 = 1 / \sum_{k \in M} \frac{1}{y_k^0}, \quad (2)$$

і тоді $\max_{y \in Y} \min_{i \in M} \lambda_i^0 y_i = \xi^0$.

Доведення. З рівності (1) випливає, що для кожного $y \in Y$ існує номер $i \in M$ такий, що $y_i^0 \geq y_i$. Тому $\neg \exists y \in Y : y \gg y^0$. Звідси y^0 є слабо ефективною оцінкою.

Доведемо необхідність. Для цього візьмемо вектор з компонентами, які визначені формулами (2). Відмітимо, що $\lambda^0 \in L^{>0}$. З $y^0 \in S(Y)$ випливає, що для кожного $y \in Y$ існує $j \in M$, при якому виконується нерівність $y_j^0 \geq y_j$, а виходить, і нерівність $\lambda_j^0 y_j^0 \geq \lambda_j^0 y_j$. Оскільки $\lambda_j^0 y_j^0 = \lambda^0 = \frac{1}{\sum_{i \in M} \frac{1}{y_i^0}} = \text{const}$, то

$\forall y \in Y, \min_{i \in M} \lambda_i^0 y_i^0 \geq \min_{i \in M} \lambda_i^0 y_i$. Звідси слідує (1). ♦

Для опуклих задач БКО буває корисною наступна теорема.

Теорема. Нехай множина альтернатив X є опуклою, а $f(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))$ є опуклою вгору вектор-функцією. Для ефективності альтернативи x^* необхідно і достатньо, щоб існував вектор $\lambda \in L^{\geq 0} = \left\{ \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m) \mid \sum_{i \in M} \lambda_i = 1; \lambda_i \geq 0, i \in M \right\}$, при якому скалярний добуток $\langle \mu, f(x^*) \rangle = \max_{x \in X} \langle \mu, f(x) \rangle$.

6. МЕТОДИ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ. МЕТОД ІДЕАЛЬНОЇ ТОЧКИ

- Цей метод не використовує допоміжну інформацію від ОПР про перевагу на множині критеріїв. Це може відбуватися, коли у ОПР ця інформація відсутня або, при наявності, її не можна застосувати з деяких причин.

В цьому випадку робиться припущення про наявність, так званого, "оптимального" розв'язку задачі багатокритеріальної оптимізації, який може бути знайдено шляхом перетворення багатокритеріальної задачі у відповідну скаляризовану (однокритеріальну) задачу.

Точка $a = (a_1, \dots, a_m)$ називається ідеальною для задачі БКО (1), якщо її координати $a_i = \max_{x \in X} f_i(x)$, $i \in M$.

Ідея методу полягає у знаходженні альтернативи, яка має оцінку, що є найближчою до ідеальної точки.

Визначимо відстань $\rho_s(f(x), a) = (\sum_{i=1}^m |f_i(x) - a_i|^s)^{\frac{1}{s}}$ між точками $f(x)$ і a у метричному m -вимірному Евклідовому просторі R_s^m оцінок з метрикою Мінковського з параметром $s \geq 1$. Тоді, згідно з методом ідеальної точки, шукана альтернатива x^* буде розв'язом, так званої, скаляризованої задачі $x^* \in \text{Arg min}_{x \in X} (\sum_{i=1}^m |f_i(x) - a_i|^s)^{\frac{1}{s}}$. Значення параметра метрики s вибирається в залежності від предметної області. На практиці в основному використовують значення $s = 1, 2$ та $s \rightarrow \infty$.

При $s = 1$ (відстань міських кварталів) скаляризована задача приймає вигляд:

$$\sum_{i \in M} f_i(x) \rightarrow \max_{x \in X}.$$

Відповідно при $s = 2$ (евклідова відстань) та $s \rightarrow \infty$ (відстань Чебишева):

$$\sum_{i \in M} (f_i(x) - a_i)^2 \rightarrow \min_{x \in X},$$
$$\min_{i \in M} (f_i(x) - a_i) \rightarrow \max_{x \in X}.$$

7. МЕТОД ПОСЛІДОВНИХ ПОСТУПОК

- Особливістю методу є те, що критерії задачі БКО повинні бути попередньо впорядковані за зменшенням їх важливості, після чого вибір розв'язку задачі здійснюється шляхом виконання багатокрокової діалогової процедури. Діалогова процедура послідовних поступок складається з одного попереднього і m основних кроків (нагадаємо, що m – це кількість критеріїв).

0 – крок. Критерії впорядковуються за зменшенням їх важливості за думкою ОПР (будемо вважати, що $f_1 \succ f_2 \succ \dots \succ f_m$). Покладемо $G_1 = X$.

i – й крок ($i = \overline{1, m}$). Розв'яжемо задачу:

$$\begin{aligned} f_i(x) &\rightarrow \max, \\ x &\in G_i. \end{aligned}$$

Позначимо x^i її оптимальний розв'язок. Обчислимо оцінку $y^i = (f_1(x^i), \dots, f_m(x^i))$. ОПР аналізує отриману оцінку й у випадку, коли вона його не задовольняє, визначає величину поступки Δf_i за i -м критерієм, на яку він може погодитися з метою покращання показників за іншими, менш важливими критеріями. Якщо крок не є останнім ($i < m$), то визначається "уточнена" множина альтернатив $G_{i+1} = \{x \in G_i \mid f_i(x) \geq f_i(x^i) - \Delta f_i\}$ і здійснюється перехід на наступний крок. У протилежному випадку – альтернатива x^i вибирається як розв'язок багатокритеріальної задачі і процедура закінчується.

На m -му кроці ОПР повинна чи погодитися з отриманою альтернативою, чи повторно виконати процедуру. В цьому випадку ОПР збагачується знанням про взаємозв'язок поступок за критеріями та значеннями менш важливих критеріїв.

Слід зауважити, що метод не обмежує можливості ОПР у виборі ефективних альтернатив. Це обґрунтовується наступною теоремою.

Теорема (Вентцель). Для будь-якого впорядкування критеріїв і будь-якої ефективної альтернативи x^* існує послідовність невід'ємних поступок $\{\Delta f_i\}_{i=\overline{1, m}}$ таких, що на останньому кроці процедури буде отримана множина ефективних альтернатив, всі елементи якої рівноцінні x^* .

8. МЕТОД ПОСЛІДОВНОГО ВВОДУ ОБМЕЖЕНЬ

k -й крок ($k=1,2,\dots$). Обчислюються оптимальні значення кожного критерію окремо на "уточненій" множині альтернатив:

$$f_i^{*(k)} = \max_{x \in G_k} f_i(x), \quad i = \overline{1, m}; \quad G_1 \equiv X;$$

і формується вектор "ідеальної" оцінки на уточненій множині альтернатив: $f^{*(k)} = (f_1^{*(k)}, \dots, f_m^{*(k)})$. Далі визначається вагові коефіцієнти критеріїв $\alpha_1^{(k)}, \dots, \alpha_m^{(k)}$ наступним способом. Складається матриця $\sigma^{(k)} = (\sigma_{ij}^{(k)})_{i,j=\overline{1,m}}$ переваг ОНР на множині критеріїв, кожна пара симетричних елементів якої $(\sigma_{ij}^{(k)}, \sigma_{ji}^{(k)})$ характеризує відносну важливість i -го критерію у порівнянні з j -м. Значення кожної пари елементів цієї матриці вибирається так: (8,1) – при подавляючій перевазі i -го критерію над j -м; (4,1) – при значній перевазі; (2,1) – при "звичайній" перевазі; (1,1) – при рівноцінності критеріїв. Тепер розраховуються вагові коефіцієнти критеріїв за наступною формулою: $\alpha_i^{(k)} = (\sum_{s=1}^m \sigma_{is}) / (\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sigma_{rs})$, $i = \overline{1, m}$. У результаті розв'язку задачі:

$\max_{x \in G_k} \sum_{i=1}^m \alpha_i^{(k)} f_i(x)$, визначається альтернатива x^k та її оцінка $y^k = (f_1(x^k), \dots, f_m(x^k))$.

ОНР аналізує отриману альтернативу та оцінку y^k шляхом її співставлення з "ідеальною" оцінкою $f^{*(k)}$. Якщо оцінка y^k задовольняє ОНР, то процедура закінчується, а альтернатива x^k приймається за розв'язок вихідної задачі. Інакше, вказується номер $s \in M$ критерію, значення якого найменш, на думку ОНР, його задовольняє; визначається, до якого рівня ξ_s потрібно покращити значення цього критерію, формується нова "уточнена" множина альтернатив $G_{k+1} = \{x \in G_k \mid f_s(x) \geq \xi_s\}$ і здійснюється перехід на наступний крок.

9. МЕТОД БАЖАНОЇ ТОЧКИ

0-крок. Розраховуються "найкращі" і "найгірші" значення критеріїв: $f_i^* = \max_{x \in X} f_i(x)$, $h_i^* = \min_{x \in X} f_i(x)$, $i \in M$, здійснюється монотонне перетворення критеріїв до нормованого безрозмірного вигляду:

$$w_i(x) = \frac{f_i^* - f_i(x)}{f_i^* - h_i^*}, \quad i \in M.$$

k-й крок ($k=1,2,\dots$). ОПР аналізує отриманий на попередньому кроці розв'язок та його оцінку у порівнянні з "найкращими" і "найгіршими" значеннями критеріїв і вказує бажані значення критеріїв $\xi_i^k \in [h_i^*, f_i^*]$, $i \in M$.

Здійснюється перетворення бажаних значень цільових функцій до нормованого безрозмірного вигляду $w_i^k = \frac{f_i^* - \xi_i^k}{f_i^* - h_i^*}$, $i \in M$.

Обчислюються вагові коефіцієнти критеріїв:

$$\rho_i^k = \left(\prod_{j=1, j \neq i}^m w_j^k \right) / \left(\sum_{j=1}^m \prod_{l=1, l \neq j}^m w_l^k \right), \quad i = \overline{1, m}.$$

Слабко ефективна альтернатива x^k знаходиться як розв'язок однокритеріальної задачі: $\max_{x \in X} \min_{i \in M} \rho_i^k w_i(x)$. Обчислюється оцінка $y^k = (f_1(x^k), \dots, f_m(x^k))$. Якщо отримані значення цільових функцій задовольняють ОПР, то процедура закінчується, у протилежному випадку – переходимо на наступний крок.

ДОПОВІДЬ ЗАКІНЧЕНО!

- Дякую за увагу!