

ВИЩА МАТЕМАТИКА

для студентів ОКР “Бакалавр”

галузь знань – 12 «Інформаційні технології»

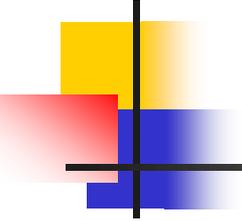
спеціальність – 122 «Комп’ютерні науки та інформаційні технології»

Автор:

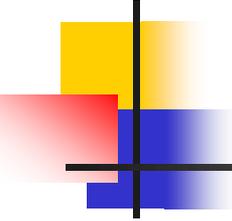
Доцент кафедри вищої та прикладної математики

Шостак Сергій Володимирович

Тема 1: Визначники та їх властивості

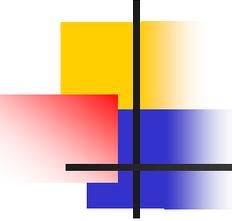


- 1. Визначники другого порядку**
- 2. Визначники третього порядку**
- 3. Властивості визначників**
- 4. Мінор. Алгебраїчне доповнення.**
- 5. Визначники n -го порядку**



Визначник другого порядку

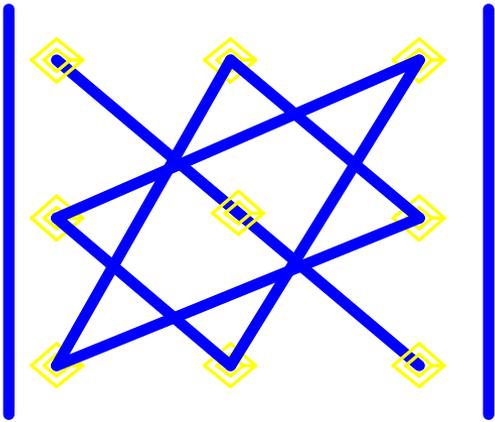
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$



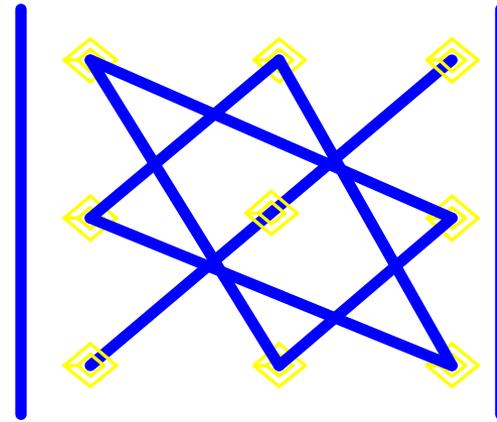
Визначник третього порядку

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - \\ - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$$

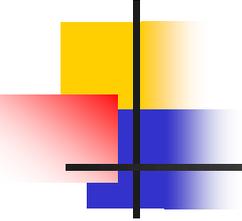
Правило трикутників (зірочки)



+



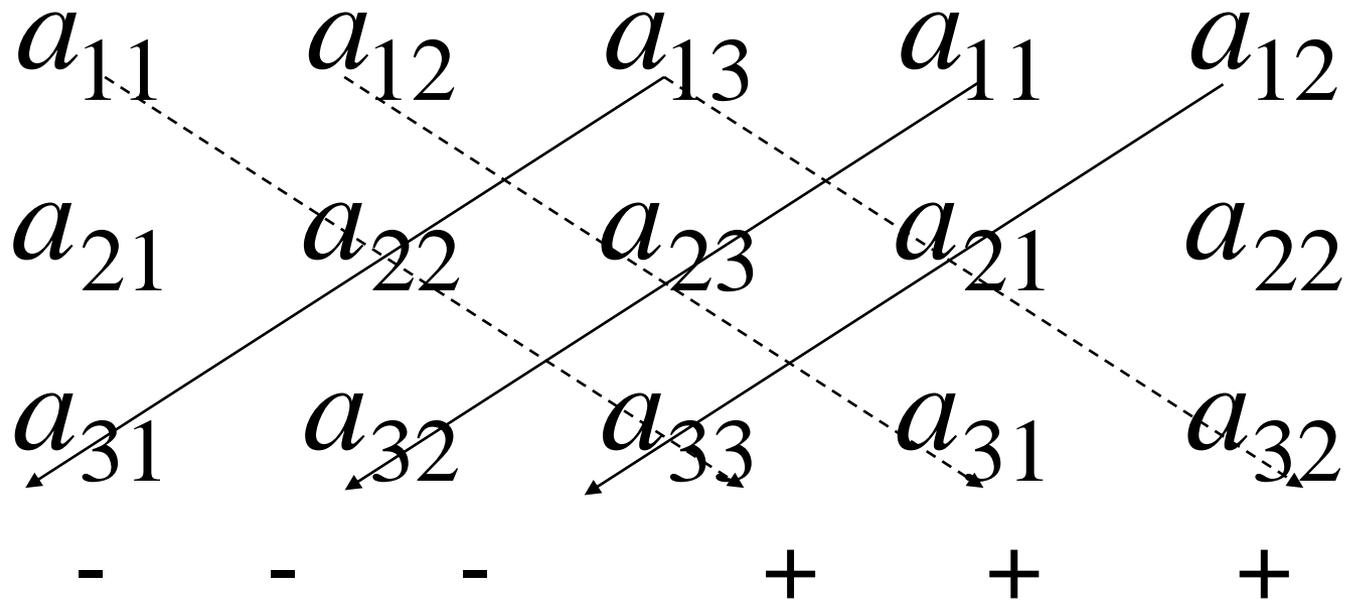
-



Приклад обчислення визначника 3-го порядку

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 6 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 \cdot 1 + (-3) \cdot 5 \cdot 6 + 0 \cdot (-2) \cdot (-1) -$$
$$-(-1) \cdot 1 \cdot 6 - 5 \cdot (-2) \cdot 2 - 0 \cdot (-3) \cdot 1 = -62$$

Правило Саррюса



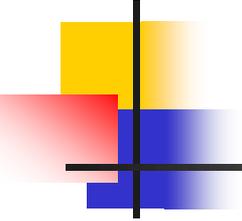
Транспонування визначника

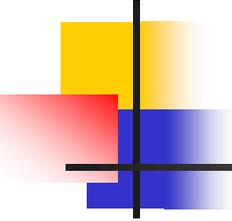
$$\Delta^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Властивість 1 визначників

$$\Delta = \Delta^T$$

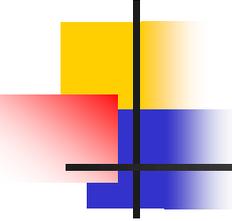
Властивість 2 визначників


$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} & a_{32} & a_{31} \end{vmatrix} = a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} + a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} + a_{23} \cdot a_{32} \cdot a_{11} -$$
$$- a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{23} - a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} = -\Delta$$



Властивість 3 визначників

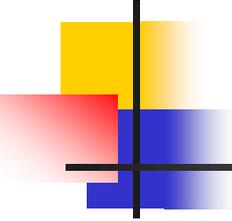
$$\begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$



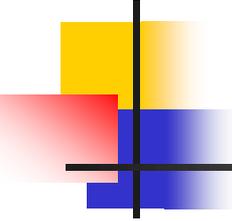
Властивість 4 визначників

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$

Властивість 5 визначників

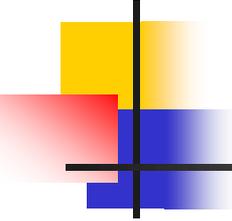


$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} ka_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{21} & a_{22} & a_{23} \\ ka_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$



Властивість 6 визначників

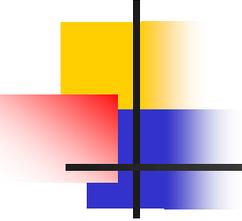
$$\begin{vmatrix} ka_{11} & a_{11} & a_{13} \\ ka_{21} & a_{21} & a_{23} \\ ka_{31} & a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$



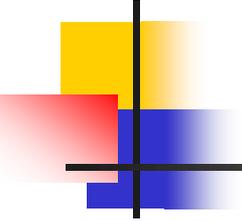
Властивість 7 визначників

$$\begin{vmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_{21} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Властивість 8 визначників



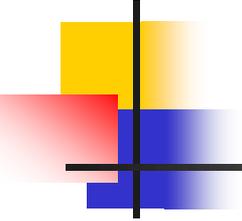
$$\begin{vmatrix} a_{11} + ka_{12} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + ka_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} + ka_{32} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} a_{12} & a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \Delta + k \cdot 0 = \Delta.$$



Поняття мінора визначника

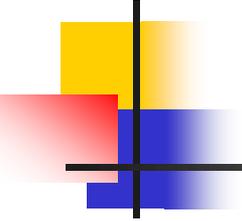
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$



Алгебраїчне доповнення

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

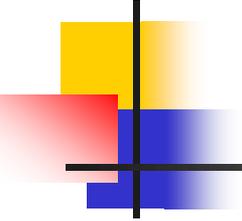


Властивість 9 визначників

$$\Delta = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + a_{3j}A_{3j} \quad (j = 1, 2, 3)$$

$$\Delta = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + a_{i3}A_{i3} \quad (i = 1, 2, 3)$$

Властивість 10 визначників

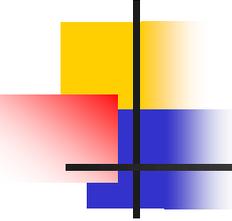


$$a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$

Визначник 4-го порядку

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + a_{3j}A_{3j} + a_{4j}A_{4j} = \sum_{i=1}^4 a_{ij}A_{ij}$$

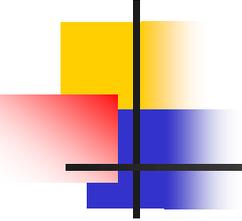
$$(j = 1, 2, 3, 4)$$



Визначники n-го порядку

$$\Delta = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{ij}A_{ij} + \dots + a_{in}A_{in} = \sum_{j=1}^n a_{ij}A_{ij}$$

$(i = 1, 2, \dots, n).$



Контрольні запитання

- Транспонування визначника.
- Властивість визначників 1.
- Властивість визначників 2.
- Властивість визначників 3.
- Властивість визначників 4.
- Властивість визначників 5.
- Властивість визначників 6.
- Властивість визначників 7.
- Властивість визначників 8.
- Що називається мінором елемента визначника?
- Алгебраїчне доповнення елемента визначника
- Властивість визначників 9.
- Властивість визначників 10.