

# ВИЩА МАТЕМАТИКА

---

для студентів ОКР “Бакалавр”

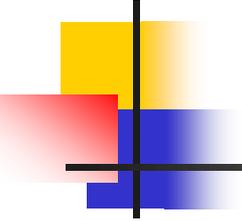
галузь знань – 12 «Інформаційні технології»

спеціальність – 122 «Комп’ютерні науки та інформаційні технології»

Автор:

Доцент кафедри вищої та прикладної математики

Шостак Сергій Володимирович

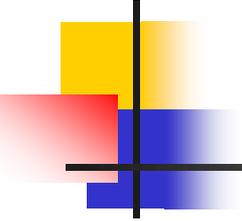


# Тема 2: Матриці

---

- 1. Основні поняття**
- 2. Лінійні дії над матрицями**
- 3. Добуток матриць**
- 4. Обернена матриця**

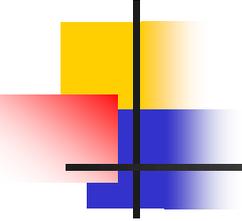
# Зображення матриці


$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

# Приклади матриць

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & 10 \end{pmatrix}$$

# Матриця рядок

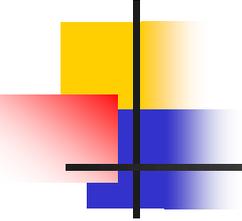


---

$$A = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n)$$

# Матриця стовпець

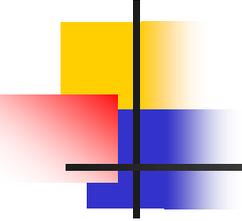
$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{pmatrix}$$



# Нуль-матрица

---

$$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



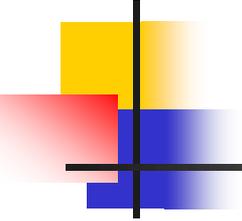
# Діагональна матриця

---

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{pmatrix}$$

# Одинична матриця

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

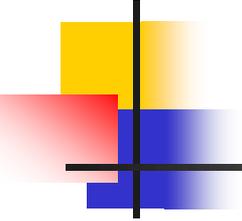


# Рівні матриці

---

$$A = (a_{ij})_{m \times n} \text{ і } B = (b_{ij})_{m \times n}$$

$A=B$ , якщо  $a_{ij} = b_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ).

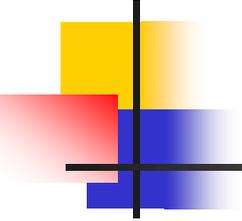


# Сума двох матриць A та B

---

$$C = A + B = (c_{ij})_{m \times n}$$

де  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$  (для всіх  $i, j$ )



# Добуток скаляра $\lambda$ на матрицю $A$

---

то  $C = \lambda A = (c_{ij})_{m \times n}$   
де  $c_{ij} = \lambda a_{ij}$  (для всіх  $i, j$ )

# Лінійна комбінація матриць $A$ та $B$

---

$$C = \lambda_1 A + \lambda_2 B$$

Добуток матриці  $A$  вимірності  $(m \times n)$   
на матрицю  $B$  вимірності  $(n \times r)$

---

$$C = A B = (c_{ij})_{m \times r}$$

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ik}b_{kj} + \dots + a_{in}b_{nj};$$

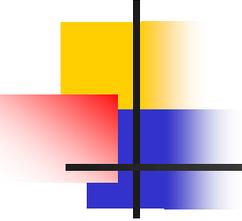
$(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, r)$

# Представлення вимірності добутку матриць

---

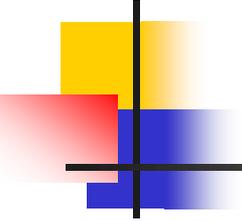
$$A_{m \times n} B_{n \times r} = C_{m \times r}$$

# Приклад виконання добутку матриць



---

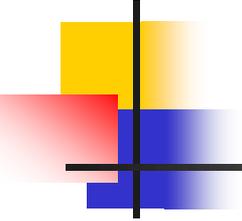
$$AB = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 0 + 2 \cdot 5 & 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 \\ (-1) \cdot 3 + 3 \cdot 4 & (-1) \cdot 0 + 3 \cdot 5 & (-1) \cdot (-1) + 3 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 3 \\ 9 & 15 & 7 \end{pmatrix}$$



# Поняття оберненої матриці $A^{-1}$

---

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E$$



# Невироджена та вироджена матриці

---

Квадратна матриця  $A$   
**невироджена**, якщо  $|A| \neq 0$   
**і вироджена**, якщо  $|A| = 0$

# Алгоритм знаходження матриці, оберненої до матриці $A$

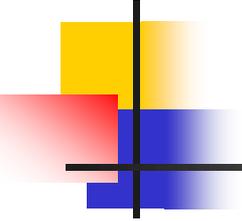
1. Знаходимо визначник  $|A|$
2. Знаходимо матрицю  $A^*$ , складену із алгебраїчних доповнень до елементів матриці  $A$
3. Знаходимо матрицю, транспоновану до матриці  $A^*$ , яку називають приєднаною  $A^{ГР}$
4. Знаходимо матрицю  $A^{-1}$ , обернену до матриці  $A$ , за формулою:

$$A^{-1} = A^{ГР} / |A|$$

# Приклад знаходження оберненої матриці

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad 2. |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 5 \neq 0 \quad 3. A^* = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. A^{IP} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 5. A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot 1/5 = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$



# Контрольні запитання

---

- Що називається матрицею?
- Яка матриця називається квадратною, прямокутною, одиничною?
- Дайте означення матриці-рядка, матриці-стовпця, нульової матриці.
- Які матриці вважаються рівними?
- Які лінійні операції над матрицями Ви знаєте?
- Дайте означення добутку двох матриць.
- Які матриці називаються узгодженими?
- Дайте означення оберненої матриці до даної матриці.
- Чи для будь-якої матриці існує обернена?
- Сформулюйте алгоритм знаходження оберненої матриці.