

# ВИЩА МАТЕМАТИКА

---

для студентів ОКР “Бакалавр”

галузь знань – 12 «Інформаційні технології»

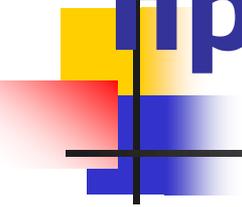
спеціальність – 122 «Комп’ютерні науки та інформаційні технології»

Автор:

Доцент кафедри вищої та прикладної математики

Шостак Сергій Володимирович

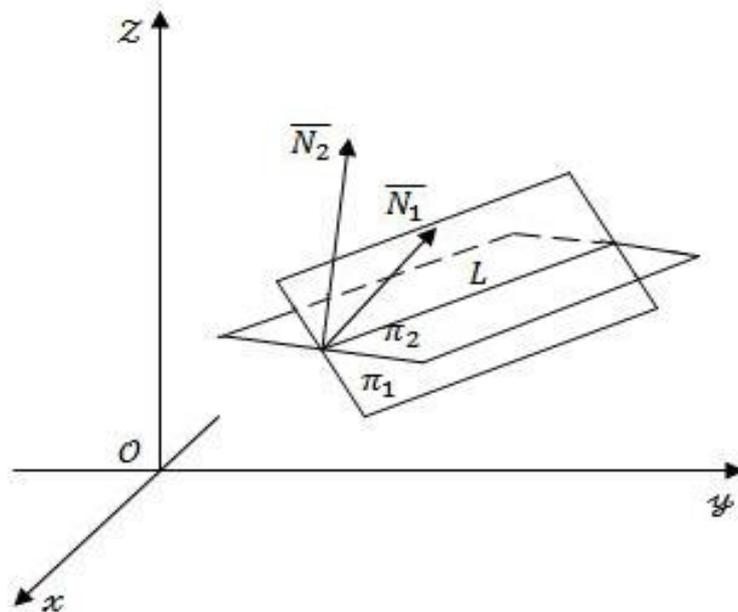
# Тема 8: Взаємне розміщення прямих і площин у просторі



---

- 1. Взаємне розташування площин**
  - 1.1 Перетин площин**
  - 1.2 Перпендикулярні площини**
  - 1.3 Паралельні площини**
- 2. Взаємне розташування двох прямих**
- 3. Пряма та площина у просторі**

# Перетин площин з нормальними векторами $\bar{N}_1$ і $\bar{N}_2$



$$\bar{N}_1 = \{A_1; B_1; C_1\} \quad \bar{N}_2 = \{A_2; B_2; C_2\}$$

# Площини, задані загальними рівняннями

---

$$\pi_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$\pi_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

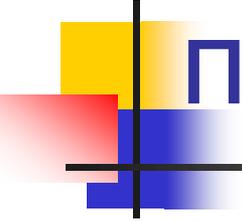
# Кут між площинами

$$\cos \varphi = \frac{\bar{N}_1 \cdot \bar{N}_2}{|\bar{N}_1| \cdot |\bar{N}_2|} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

# Умовою перпендикулярності ДВОХ ПЛОЩИН

---

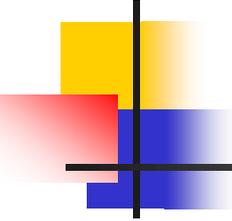
$$\overline{N}_1 \cdot \overline{N}_2 = 0$$



# Умова перпендикулярності площин в координатній формі

---

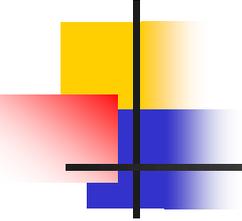
$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$$



# Умови паралельності площин

---

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$



# Умови накладання площин

---

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

# Прямі у вигляді канонічних рівнянь

---

$$L_1 : \frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1} = \frac{z - z_1}{n_1}$$

$$L_2 : \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2} = \frac{z - z_2}{n_2}$$

# Кут між прямими, заданими канонічними рівняннями

$$\cos \varphi = \frac{\overline{a_1} \cdot \overline{a_2}}{|\overline{a_1}| \cdot |\overline{a_2}|} = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$$

# Умова паралельності прямих

---

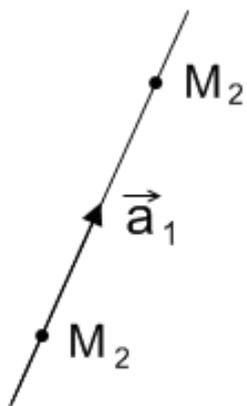
$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

# Умова перпендикулярності прямих

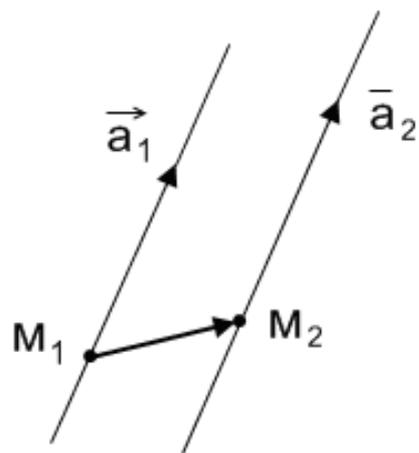
---

$$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$$

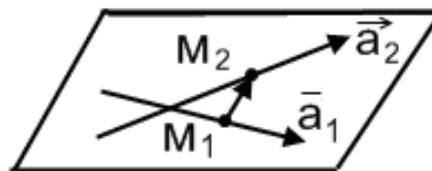
# Взаємне розташування двох прямих



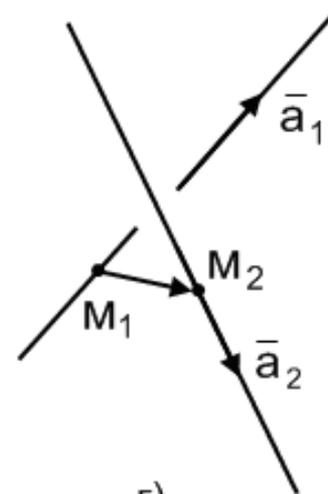
а)



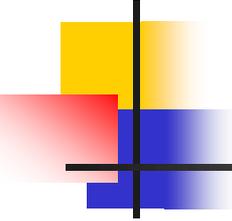
б)



в)



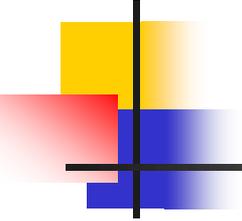
г)



# Умова мимобіжності прямих

---

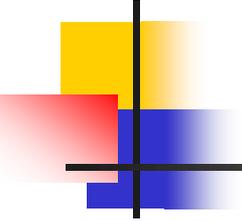
$$\overline{a_1} \cdot \overline{a_2} \cdot \overline{M_1 M_2} \neq 0$$



# Умова перетину прямих

---

$$\frac{l_1}{l_2} \neq \frac{m_1}{m_2} \neq \frac{n_1}{n_2}$$



# Пряма та площина у просторі

---

$$L: \frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

$$\pi: Ax + By + Cz + D = 0$$

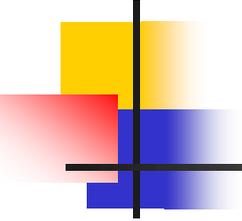
# Кутом між прямою та площиною

$$\sin \varphi = \frac{|\overline{N} \cdot \overline{a}|}{|\overline{N}| \cdot |\overline{a}|} = \frac{|Al + Bm + Cn|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$$

# Умова перпендикулярності прямої і площини

---

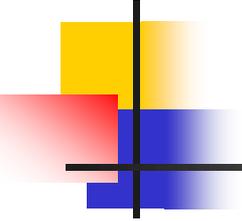
$$\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$$



# Умова паралельності прямої і площини

---

$$Al + Bm + Cn = 0$$



# Контрольні запитання

---

- 1. Рівняння площини, що проходить через дану точку перпендикулярно до даного вектора.
- 2. Загальне рівняння площини.
- 3. Рівняння площини, що проходить через три точки.
- 4. Рівняння площини у відрізках на осях.
- 5. За якою умовою площини перетинаються?
- 6. Як знайти кут між цими площинами?
- 7. Записати умови паралельності площин.
- 8. Записати умову перпендикулярності площин.
- 9. Записати формулу, за якою знаходиться кут між двома прямими.