

ВИЩА МАТЕМАТИКА

для студентів ОКР “Бакалавр”

галузь знань – 12 «Інформаційні технології»

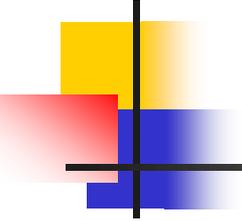
спеціальність – 122 «Комп’ютерні науки та інформаційні технології»

Автор:

Доцент кафедри вищої та прикладної математики

Шостак Сергій Володимирович

Тема9: Криві другого порядку. Еліпс

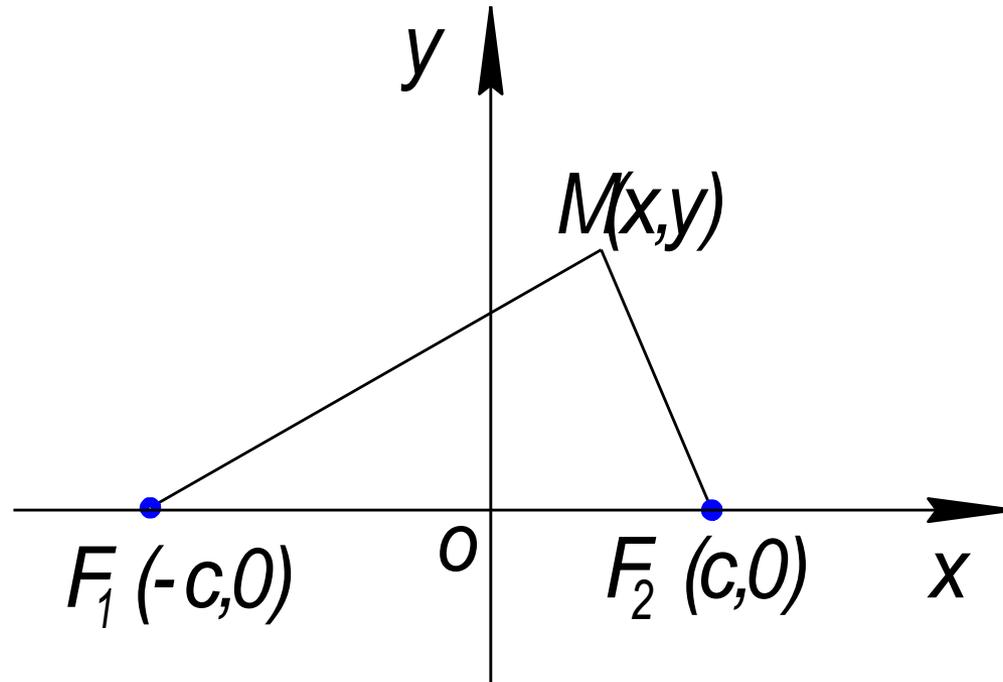


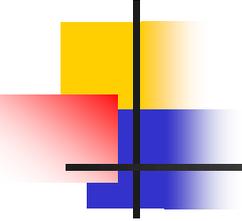
- 1. Канонічне рівняння еліпса**
- 2. Дослідження канонічного рівняння еліпса**
- 3. Фокальна хорда еліпса**
- 4. Ексцентриситет еліпса**

Загальне рівняння другого степеня

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Фокуси еліпса F_1 і F_2

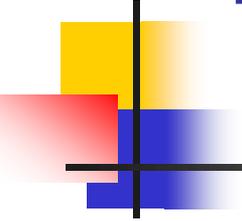




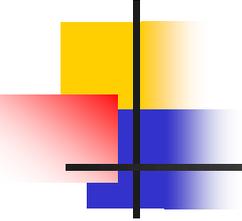
Рівняння еліпса

$$|MF_1| + |MF_2| = \text{const}$$

Канонічне рівняння еліпса



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



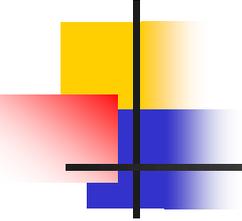
Розташування еліпса відносно осі ОХ

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}, \quad x \in [-a, a];$$

Розташування еліпса відносно осі ОУ

$$x = \pm \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - y^2}, \quad y \in [-b, b].$$

Симетрія еліпса відносно координатних осей



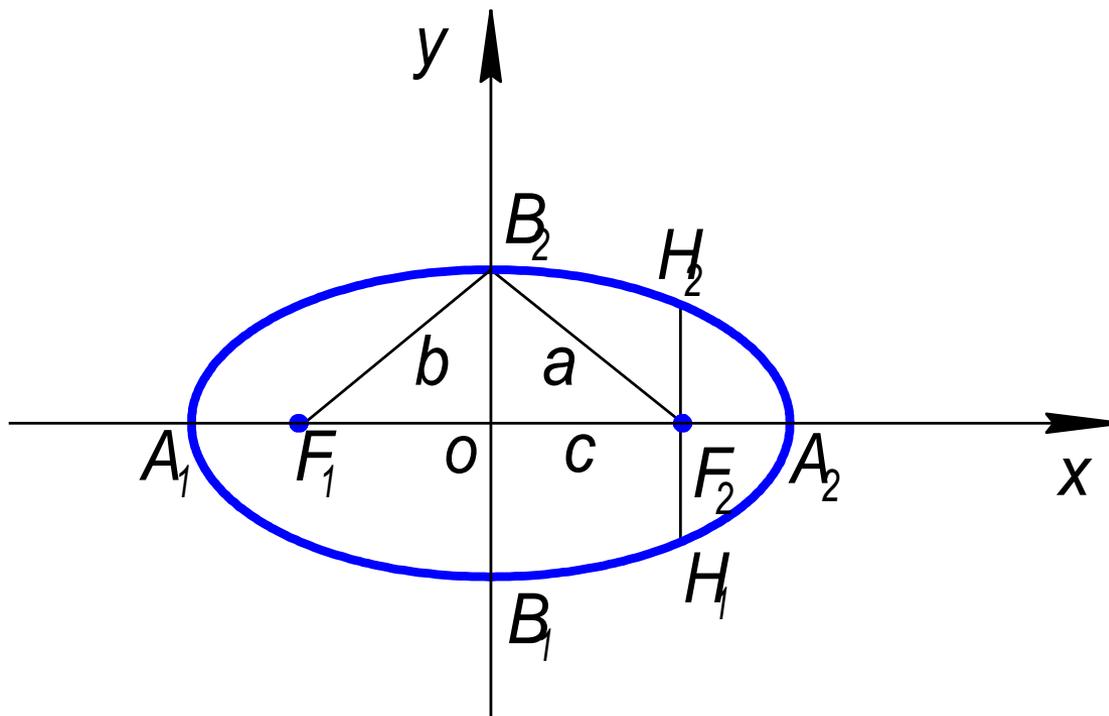
*Якщо точка $M_1(x, y)$ задовольняє
рівняння, то його задовольняють і
координати точок*

$$M_2(-x, y),$$

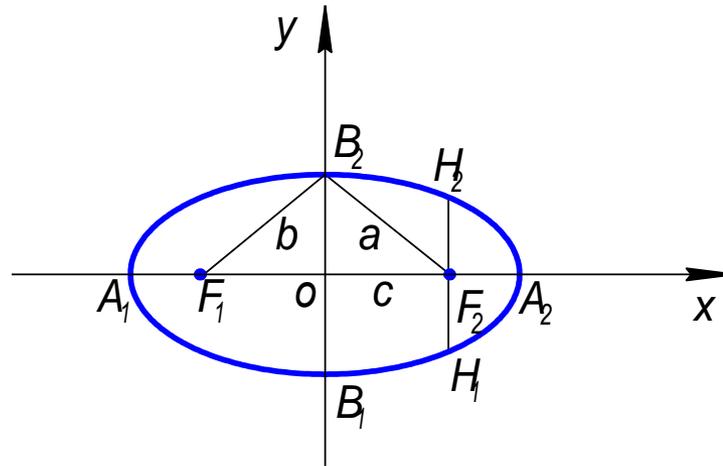
$$M_3(-x, -y),$$

$$M_4(x, -y)$$

Геометричний вигляд еліпса

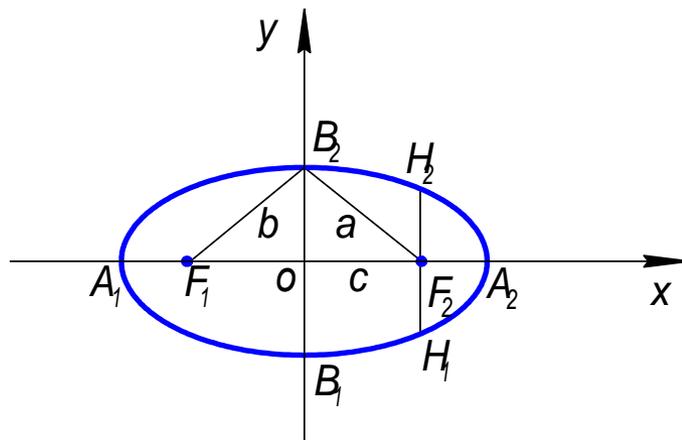


Вершини еліпса



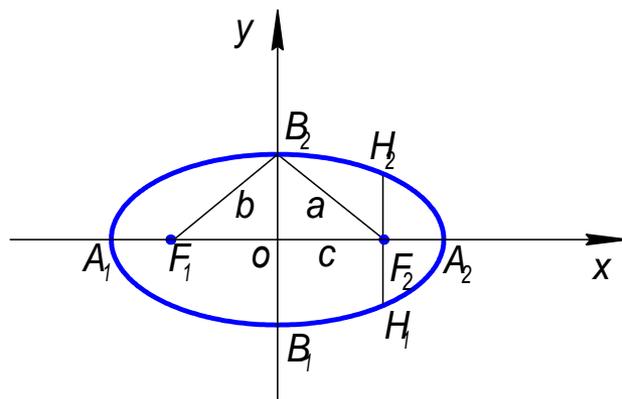
$A_{1'}$ $A_{2'}$ $B_{1'}$ $B_{2'}$

Велика та мала осі еліпса

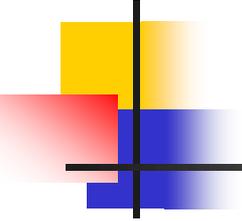


Відрізок A_1A_2 , довжина якого $2a$ — **велика вісь**,
а B_1B_2 — довжина якого $2b$ — **мала вісь** ($a > b$)

Фокальна вісь еліпса



F_1F_2 , довжина якого $2c$, **фокальна вісь**

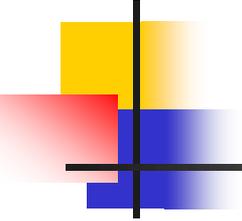


Коло, як частинний випадок еліпса

Коли $a = b$, то рівняння еліпса набуває вигляду $x^2 + y^2 = a^2$

Фокальна півхорда еліпса

$$p = \frac{b^2}{a}$$

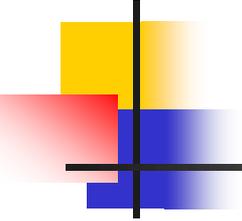


Ексцентриситет еліпса

$$0 < \varepsilon = \frac{c}{a} < 1$$

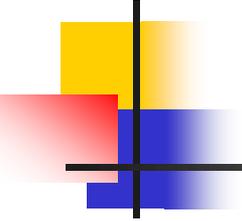
Вираження ексцентриситету через півосі еліпса

$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$



Фокальні радіуси точки $M(x, y)$

$$r_1 = a + \varepsilon x, \quad r_2 = a - \varepsilon x$$

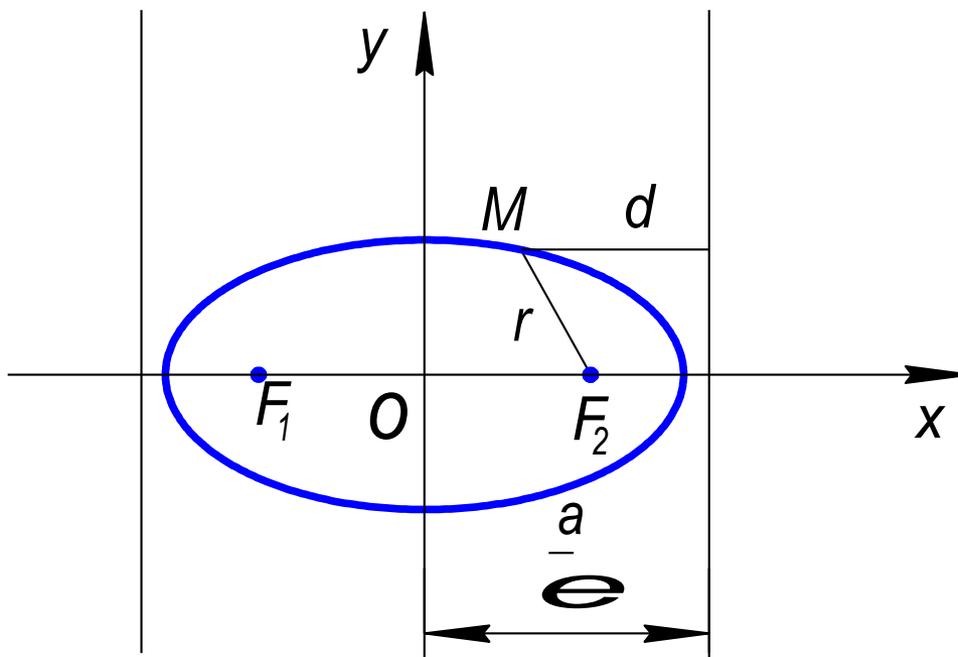


Директриси еліпса

$$x = -\frac{a}{\varepsilon} \quad (\text{ліва})$$

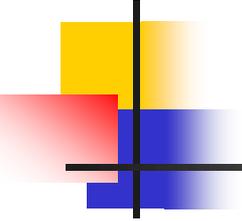
$$x = \frac{a}{\varepsilon} \quad (\text{права})$$

Зображення директриси



Загальна властивість кривих другого порядку

$$\frac{r}{d} = \varepsilon$$



Контрольні запитання

- Дати означення еліпса. Які точки називаються фокусами еліпса?
- Записати канонічне рівняння еліпса.
- Які точки називаються вершинами еліпса?
- Для еліпса, що заданий канонічним рівнянням , вказати:
а) осі симетрії; б) вершини.
- Що називають осями еліпса? Яка вісь еліпса називається великою, а яка малою віссю еліпса?
- Як означається ексцентриситет еліпса? Записати формулу для його обчислення.