

# ВИЩА МАТЕМАТИКА

---

для студентів ОКР “Бакалавр”

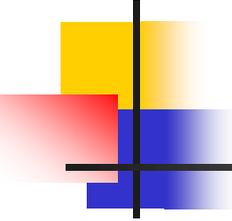
галузь знань – 12 «Інформаційні технології»

спеціальність – 122 «Комп’ютерні науки та інформаційні технології»

Автор:

Доцент кафедри вищої та прикладної математики

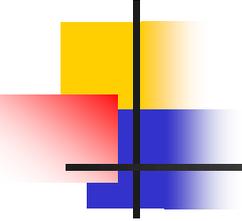
Шостак Сергій Володимирович



# **Тема11: Основні характеристики функцій**

---

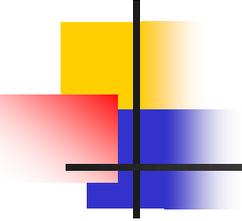
- 1. Поняття функціональної залежності**
- 2. Загальні властивості функцій**
- 3. Елементарні функції**



# Аналітичний запис функції

---

$$y = f(x)$$

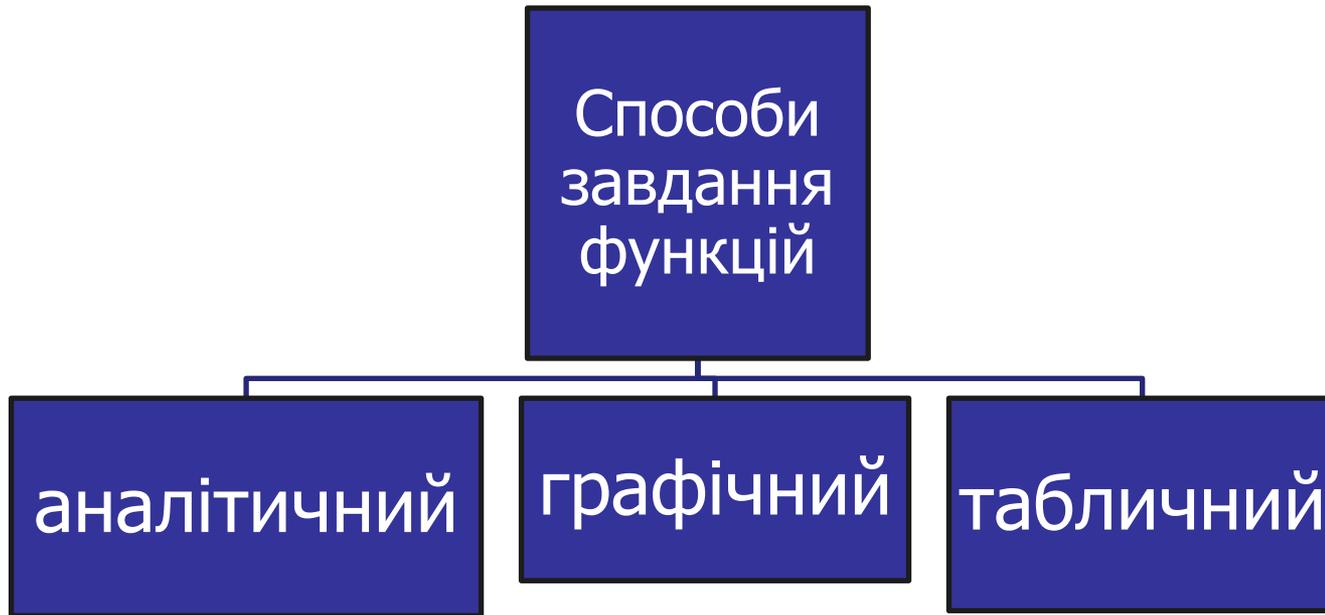


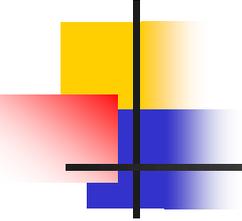
# ОСНОВНІ СИМВОЛИ

---

- $x$**  — незалежна змінна, або аргумент;
- $y$**  — залежна змінна, або функція;
- $f$**  — символ закону відповідності;
- $D$**  — область визначення функції;
- $E$**  — множина значень функції.

# Способи завдання функції

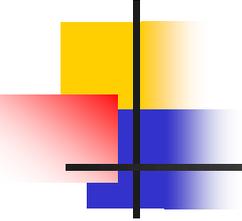




# Суперпозиція функцій

---

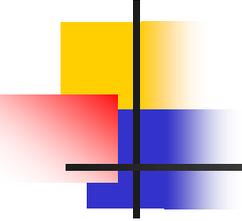
$$y = A(\varphi(x))$$



# Обернена функція

---

$$y = f^{-1}(x)$$



# Співвідношення між взаємно оберненими функціями

---

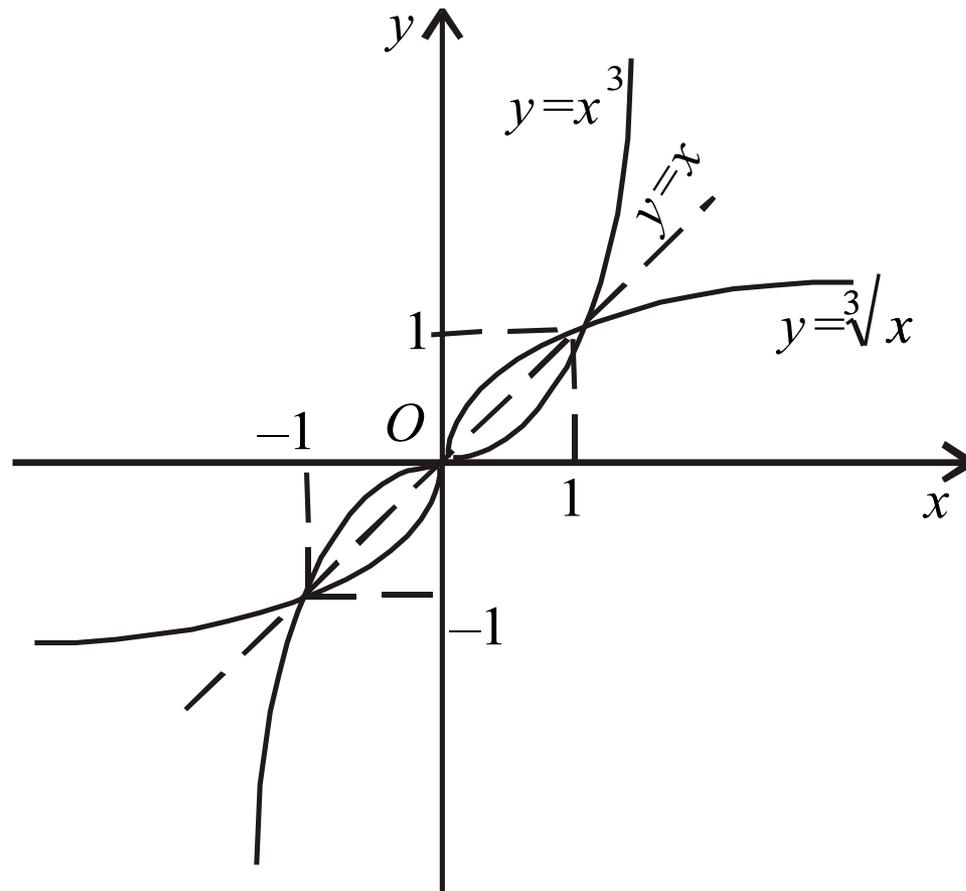
$$f(f^{-1}(x)) = f^{-1}(f(x)) = x$$

# Приклад взаємно обернених функцій

---

$$f(x) = x^3, \quad f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$$

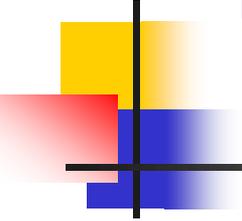
# Графіки взаємно обернених функцій



# Завдання неявно заданої функції

---

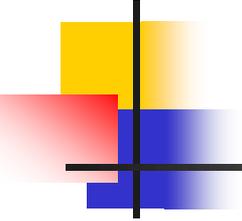
$$F(x, y) = 0$$



# Параметрично задані функції

---

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}$$



# Приклад параметрично заданої функції

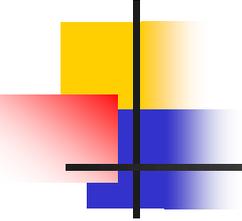
---

$$\begin{cases} x = r \cos t \\ y = r \sin t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

# Знаходження області визначення функції

$$y = \frac{\arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{1-x^2}}{\lg(1+x)} \quad D(y) = \begin{cases} \left| \frac{x}{2} \right| \leq 1 \\ 1-x^2 \geq 0 \\ x+1 > 0 \\ \lg(x+1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \leq 2 \\ |x| \leq 1 \\ x > -1 \\ x+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x \leq 1 \\ x \neq 0. \end{cases}$$

$$D(y) = (-1; 0) \cup (0; 1]$$



# Парні та непарні функції

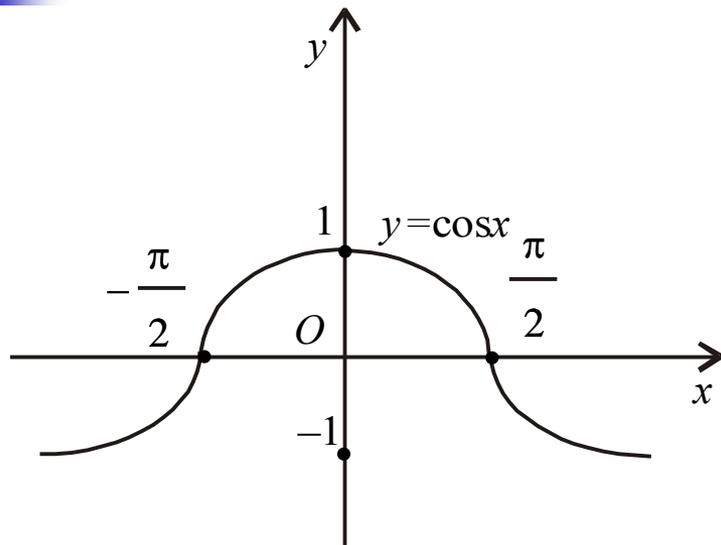
---

$f(-x) = f(x)$  - парна

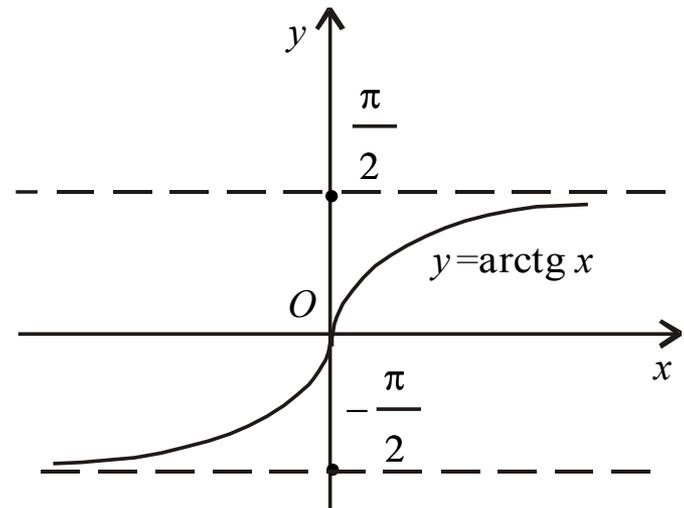
$f(-x) = -f(x)$  - непарна

$f(-x) \neq \pm f(x)$  – ні парна, ні непарна

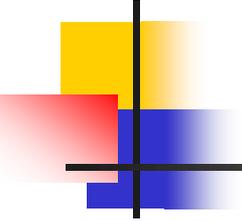
# Приклади парної та непарної функції



$y = \cos x$   
парна функція



$y = \text{arctg } x$  —  
непарна функція



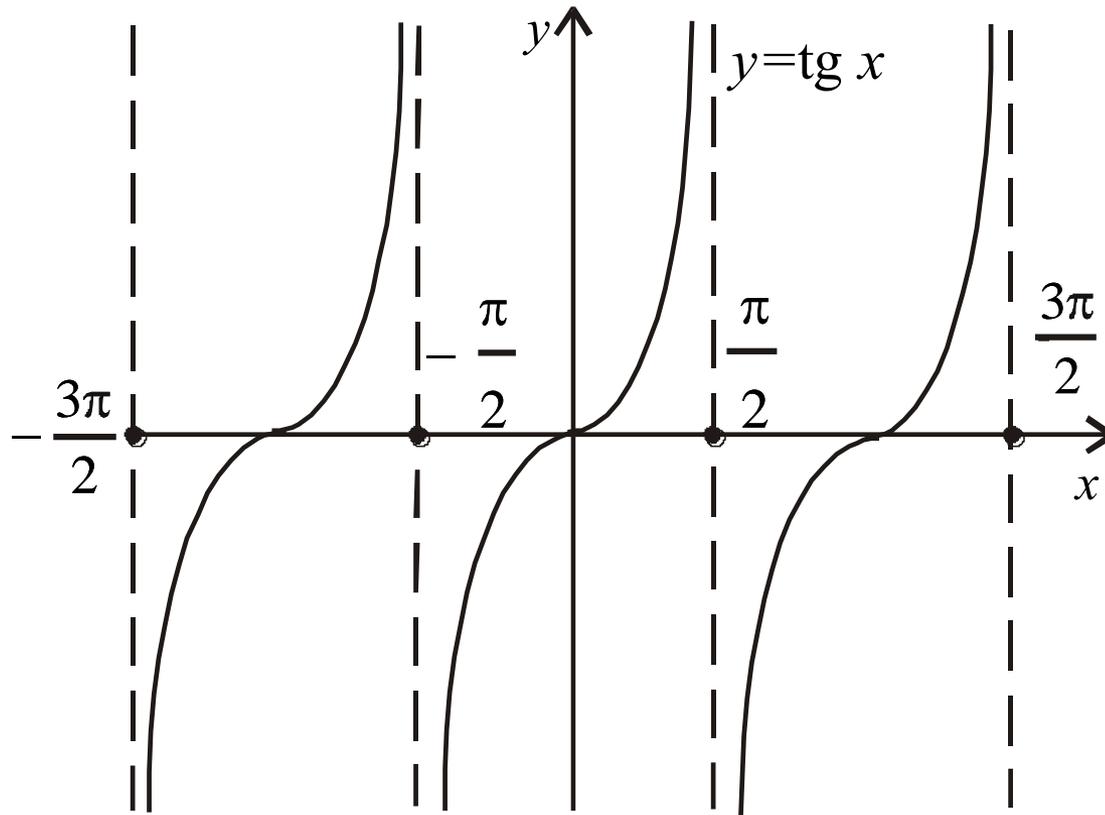
# Періодичні функції

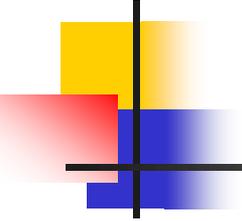
---

$$f(x + T) = f(x - T) = f(x)$$

$T$  — період функції

# Приклад періодичної функції





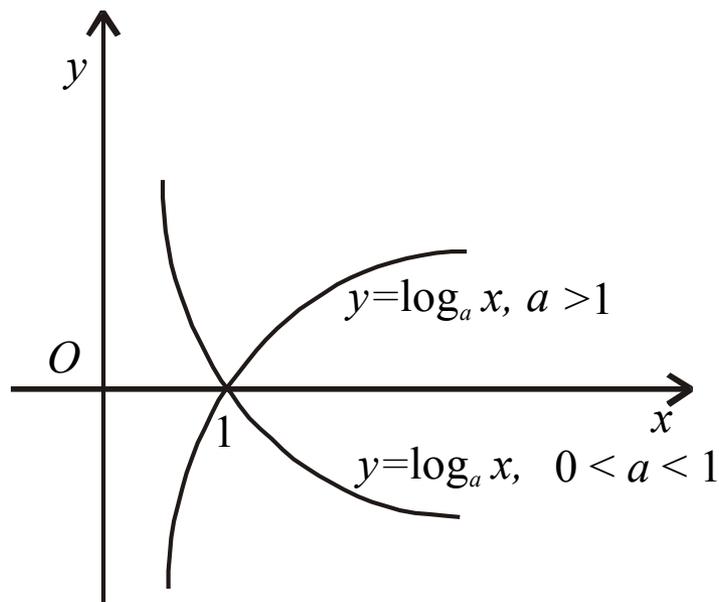
# Монотонно зростаючі та спадні функції

---

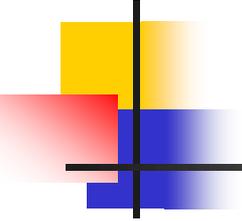
$$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1) (f(x_2) < f(x_1))$$

*МОНОТОННО ЗРОСТАЮЧА (СПАДНА) ФУНКЦІЯ*

# Приклад монотонно зростаючої та спадної функції



при  $0 < a < 1$  — монотонно спадна функція,  
при  $a > 1$  — монотонно зростаюча



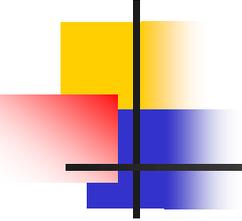
# Елементарні функції

---

Побудовані з основних елементарних функцій за допомогою скінченної кількості алгебраїчних дій та суперпозицій

# Приклад елементарної функції

$$y = 2^{x \operatorname{tg}^3(x^2 + \arcsin \sqrt{x})} + \cos^2 \left( \log_2 \left( \arctan x - \frac{1}{x} \right) \right)$$



# Контрольні запитання

---

- Поняття функції
- Область визначення функції. Множина значень функції
- Елементарні функції
- Суперпозиція функцій
- Парні і непарні функції
- Обернені функції
- Неявно задані функції
- Періодичні функції
- Монотонні функції
- Зростаюча функція
- Спадаюча функція