**Праетична робота 1.1.**

**Зміст завдання:** За вихідними даними побудовати економетричну модель залежності витрат ресурсів на одиницю продукції (у) від рівня фондомісткості продукції (х) :

1. побудувати просту лінійну економетричну модель y = a 0+ a 1x 1, визначивши оцінки параметрів a 0, a 1, виходячи з методу найменших квадратів;

2. дати економічну інтерпретацію одержаних параметрів;

3. визначити коефіцієнт еластичності та пояснити його;

4. обчислити показники тісноти зв’язку між результативною ознакою та чинником (коефіцієнт та індекс кореляції), перевірити на суттєвість коефіцієнт кореляції, пояснити їх;

5. перевірити суттєвість параметрів моделі та побудувати інтервали довіри для параметрів узагальненої економетричної моделі.

Вихідні і розрахункові дані для побудови економетричної моделі

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п∕п | хі | уі | хі² | уі² | хіуі | хі - х | уі – у | (хі - х )² | (хі – х )  (уі – у) | ŷі | ui | ui² | (уі - y )² | (ŷі – y )² |
| 1 | 90 | 50 | 8100 | 2500 | 4500 | -10,8 | -4,2 | 116,64 | 45,36 | 48,8 | 1,2 | 1,44 | 17,64 | 29,16 |
| 2 | 75 | 40 | 5625 | 1600 | 3000 | -25,8 | -14,2 | 665,64 | 336,36 | 41,3 | -1,3 | 1,69 | 201,64 | 166,41 |
| 3 | 120 | 65 | 14400 | 4225 | 7800 | 19,2 | 10,8 | 368,64 | 207,36 | 63,8 | 1,2 | 1,44 | 116,64 | 92,16 |
| 4 | 100 | 55 | 10000 | 3025 | 5500 | -0,8 | 0,8 | 0,64 | -0,64 | 53,8 | 1,2 | 1,44 | 0,64 | 0,16 |
| 5 | 80 | 45 | 6400 | 2025 | 3600 | -20,8 | -9,2 | 432,64 | 181,36 | 43,8 | 1,2 | 1,44 | 84,64 | 108,16 |
| 6 | 78 | 42 | 6084 | 1764 | 3276 | -22,8 | -12,2 | 519,64 | 278,16 | 42,8 | -0,8 | 0,64 | 148,84 | 129,96 |
| 7 | 110 | 56 | 12100 | 3136 | 6160 | 9,2 | 1,8 | 84,64 | 16,56 | 58,8 | -2,8 | 7,84 | 3,24 | 21,16 |
| 8 | 115 | 60 | 13225 | 3600 | 6900 | 14,2 | 5,8 | 201,64 | 82,36 | 61,3 | -1,3 | 1,69 | 33,64 | 50,41 |
| 9 | 115 | 64 | 13225 | 4096 | 7350 | 14,2 | 9,8 | 201,64 | 139,16 | 61,3 | 2,7 | 7,29 | 96,04 | 50,41 |
| 10 | 125 | 65 | 15625 | 4225 | 8125 | 24,2 | 10,8 | 585,64 | 261,26 | 66,3 | -1,3 | 1,69 | 116,64 | 146,41 |
| ∑ | 1008 | 542 | 104784 | 30196 | 56221 | 0 | 0 | 3376 | 1587,5 | 542 | 0 | 26,6 | 819,6 | 794,4 |

Запишемо систему нормальних рівнянь:

nâ0 + â1∑хi =Σ yi ; 10â0 + â11008 = 542 ;

â0 ∑хi + â1∑хi ²= Σ yi xi ; 1008â0 + â1104784= 56221;

â0 ====3,84;

â1= ===0,4993≈0,5.

Економетрична модель має вигляд (для фактичних значень незалежної змінної)

Y = 3,8 + 0,5 x + u.

Скориставшись альтернативним способом обчислення за допомогою відхилень середніх арифметичних, одержимо:

â1 = ==0,4702≈0,5,

де â0 знаходиться з рівняння :

â0 = - â1 х = 54,2 – 50,4 = 3,8.

Оскільки вільний член моделі â0 ≠ 0 то рівень витрат на одиницю продукції не є строго пропорційним до рівня фондомісткості, â1 = 0,5 показує, що граничне збільшення витрат при зростанні фондомісткості продукції на 1 ум. од. становить 0,5 ум. од.

*Еластичність* витрат щодо фондомісткості продукції визначається коефіцієнтом *еластичності* :

Е = /;

Е = 0,5 · 1,8519 = 0,93. Знаачення цього коефіцієнта слід тлумачити так : при збільшенні фондомісткості продукції на 1 % витрати на одиницю продукції зростуть на 0,93 %.

Залишки обчислюються згідно з рівністю :

ui = yi – ŷi.

Оцінка дисперсії залишків подається так :

 =  ==3,325.

Для залишків ui можна задати певну функцію закону розподілу, наприклад функцію нормального розподілу.

Оцінкою коефіцієнта кореляції є вибірковий коефіцієнт кореляції, який можна обчислити за формулою :



r =  ;

= ; = 17,8258;

= ; =9,0532 ;

r =  =  =0,98.

Оскільки коефіцієнт кореляції додатній зв’язок між досліджуваними ознаками прямий. Він прямує до 1, а це свідчить про тісний зв’язок між ознаками.

Вибірковий коефіцієнт кореляції є точковою оцінкою коефіцієнта кореляції і тому потребує перевірки. Вона базується на критерії Стьюдента за формулою :

t=,

де r −вибірковий коефіцієнт кореляції; n-m− число ступенів вільності.

Якщо t › tтабл. α , де tтабл. α − відповідне табличне значення t розподілу з (n –m) ступенями вільності, то можна зробити висновок про значущість коефіцієнта кореляції між залежною і незалежною змінними моделі. Для нашого прикладу :

t== = =13,9291.

Табличне значення t − критерія для рівня значущості α =0,05 і n−m=8 ступенів вільності дорівнює 2,306. Оскільки t › tтабл. α  робимо висновок, що коефіцієнт кореляції є значущим і зв’язок між x та y існує.

Для аналізу якості опису існуючої залежності між двома ознаками часто використовують індекс кореляції. Він розраховується за формулою :

= =0,9845≈0,98.

Оскільки коефіцієнт кореляції прямує до 1 робимо висновок, що між досліджуваними ознаками існує тісний зв’язок. Виконується рівність між коефіцієнтом кореляції r і індексом кореляції η, що підтверджує наявність прямого лінійного, тісного зв’язку між досліджуваними ознаками.

Перевірку гіпотези про значущість параметрів економетричної моделі можна виконати згідно з t- критерієм:

tj= .

Обчислене значення t- критерію порівнюється з табличним для вибраного рівня довіри і n-m ступенів вільності. Якщо tфакт> tтабл, то відповідний параметр економетричної моделі є достовірним.

Дисперсії параметрів економетричної моделі можна визначити за формулами:

**=** ==117,62, **=**10,85;

**=**== 0,00098, **=**0**,**031.

Отже, перевіримо гіпотези про значущість оцінок параметрів моделі побудованої на основі вихідних даних, наведених у табл.. 1

t1= ==16,13;

t0===0,35.

Якщо ступінь вільності n-m =10-2=8 і рівень значущості α=0,05 tтабл=2,306. Оскільки t1факт> tтабл , то параметр â1є значущим, t0факт < tтабл , то параметр â0 є незначущим.

Для того, щоб визначити, як параметри і , розраховані за методом НМК, тісно пов’язані з параметрами *а0* і *а1* генеральної сукупності, потрібно побудувати інтервали довіри для параметрів узагальненої економетричної моделі. Тобто такі інтервали, в які з заданою ймовірністю попадають їхні значення. Для цього спочатку розрахуємо *t-* статистику для кожного з параметрів:

.

Далі вибираємо рівень значущості *α*, або рівень довіри, який дорівнює . Знаходимо табличне значення *t-*критерію *tα* для ступенів вільності *(n-m).* Тоді можна записати так: ймовірність того, що *t-*статистики попадають в інтервал *tα* :

, , тоді 

; ; – інтервал довіри для параметру економетричної моделі.

Зробимо відповідні розрахунки за даними нашого прикладу: *tα= t0,05(8)=2,306,* ; ; ; .

Тоді інтервали довіри будуть мати вигляд:

0,5-2,306\*0,0314 < а1< 0,5+2,306\*0,0314

0,5-0,0724 < а1 < 0,5+0,0724

0,4276 < а1 < 0,5724

3,8-2,306\*3,212 < а0 < 3,8+2,306\*3,212

3,8-7,4080 < а0 < 3,8+7,4080

-3,608 < а0 < 11,208.