Самостійна робота № 1.

Тема: Обчислення визначників за правилом Саррюса та приведенням до трикутного вигляду.

Мета: Засвоїти методику обчислення визначників за правилом Саррюса та приведенням до трикутного вигляду.

План занять

1. Обчислення визначників за правилом Саррюса.
2. Обчислення визначника приведенням до трикутного вигляду.

Термінологічний словник ключових понять

Транспонування — зміна місцями рядків і стовпців визначника або матриці.

Мінор k-го порядку — визначник, утворений з елементів визначника або матриці, розміщених на перетині k рядків і k стовпців.

Алгебраїчне доповнення до мінора — визначник, що складається з елементів, котрі не належать тим рядкам і тим стовпцям визначника, з яких утворено мінор, і береться зі знаком $(-1)^{i_1+\ldots+i_k+j_1+\ldots+j_k}$, де i_1 i_2, ..., i_k, j_1, j_2, ..., j_k, — індекси відповідно тих рядків і тих стовпців, які брали участь в утворенні мінора.

Правило Саррюса

Існує інша схема обчислення визначників третього і вищих порядків близька до метода трикутників. Ця схема називається ***правилом Саррюса***. Полягає вона у тому, що до визначника дописують перші два стовпчики. Складають суму добутків елементів, що розташовані на діагоналях, які паралельні головній діагоналі. Від цієї суми відняти добутки елементів, що розміщені на діагоналях, паралельних побічній (рис.1). Правило Саррюса можна використовувати для обчислення визначників довільного порядку n, приписуючи (n-1) стовпець.

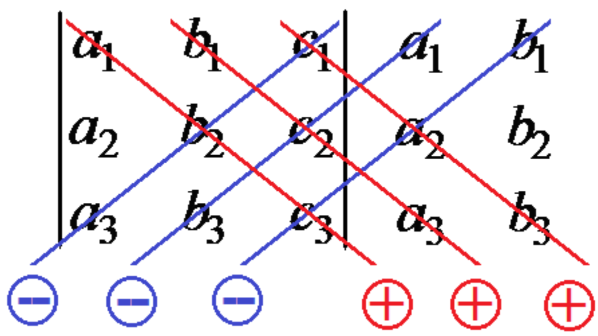

Рис.1.

Приклад 1. Обчислити визначник за правилом Саррюса.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{matrix}\Bigg| = 1\cdot 2\cdot 0 + 0(-4)\cdot 1 + (-2)\cdot 3\cdot 2 -$$

$$-(-2)\cdot 2\cdot 1 - 1\cdot(-4)\cdot 2 - 0\cdot 3\cdot 0 = -12 + 4 + 8 = 0.$$

Обчислення визначника приведенням до трикутного вигляду

Застосовуючи властивість 8 по черзі до кожного з рядків (стовпців) визначник можна привести до трикутного вигляду, при якому усі елементи, що знаходяться вище або нижче однієї із діагоналей дорівнюють нулю. Тоді визначник дорівнює добутку елементів, що знаходяться на діагоналі.

Приклад 2. Обчислити визначник методом приведення до трикутного вигляду.

Розв'язання.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -12 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1\cdot(-3)\cdot 0 = 0 .$$

Приклад 3. Обчислити визначник методом приведення до трикутного вигляду:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

Зробимо наступні перетворення. Віднімемо від відповідних елементів другого, третього та четвертого рядка відповідні елементи першого рядка. Отримаємо визначеник трикутного виду:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Цей визначник дорівнює добутку елементів головної діагоналі:

$$\Delta = 1\bullet(-2)\bullet(-2)\bullet(-2) = -8$$

Завдання для перевірки знань

Обчислити визначник а) за правилом Саррюса; б) методом приведення до трикутного вигляду

1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 9 & 8 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 9 & 8 & 3 & 1 \\ 7 & 7 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

3) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ 4) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 7 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ 5) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -3 \end{vmatrix}$