Дослідження кола однофазного змінного струму з послідовним з'єднанням активного, індуктивного і ємнісного опорів

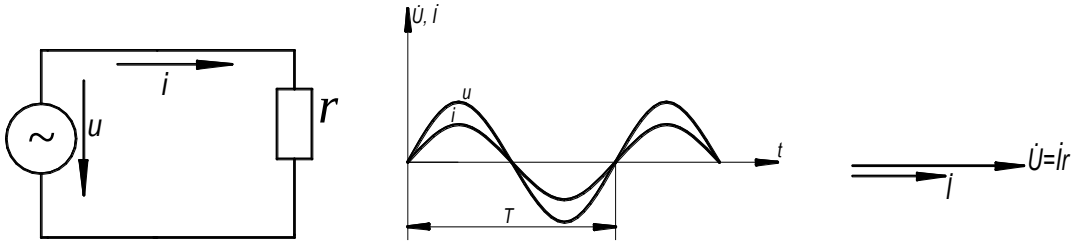
Лабораторна робота № 2

Загальні теоретичні відомості

Активний опір зумовлений перешкодою струму з боку матеріалу провідника. Такий опір властивий провідникам, електричним лампам розжарення, нагрівним приладам та іншим пристроям, індуктивність і ємність яких настільки мала, що нею можна знехтувати.

Найпростіші процеси відбуваються в колі змінного струму, що містить один резистор з опором r (рис. 2.1, а). Струм створюється в колі тільки дією напруги джерела енергії і при змінній напрузі $u = U_m \sin \omega$ струм буде рівним:

$$i = \frac{u}{r} = \frac{U_m}{r} \sin \omega t = I_m \sin \omega t \qquad (2.1)$$



а б в

Рисунок 2.1 – До розгляду кола змінного струму з резистивним елементом: а) – електрична схема; б) – графіки синусоїдних напруги u та струму i при $\varphi'_u=0$; в) – векторна діаграма напруги та струму

Звичайно опір r досить сталий, тому струм у колі, що містить тільки резистор, збігається за фазою з напругою. На графіку (рис. 2.1, б) криві u та i одночасно проходять через нульові та амплітудні значення. Закон Ома для амплітудних (максимальних) значень струму: $I_m = \frac{U_m}{r}$, і оскільки $I_m = \sqrt{2} \cdot I$ та $U_m = \sqrt{2} \cdot U$, то аналогічну формулу одержимо для діючих значень:

$$I = \frac{U}{r} \qquad (2.2)$$

Ця формула не відрізняється від виразу закону Ома для постійного струму. Але в колі змінного струму опір r називається *активним опором*. На векторній діаграмі вектори напруги і струму розглянутого кола збігаються за напрямком (рис. 2.1, в).

В колах змінного струму пасивні елементи за наявності в них індуктивності або ємності мають індуктивний X_L або ємнісний X_C опір.

Дослідження кола однофазного змінного струму з послідовним з'єднанням активного, індуктивного і ємнісного опорів

У будь-якому електричному колі навколо струмоведучих провідників, утворюється магнітне поле, отже, електричне коло завжди має індуктивність L.

При наявності в колі r і L струм у ньому створюється спільною дією напруги джерела енергії та електрорушійних сил (е.р.с.) самоіндукції, тобто $i = \frac{u+e_L}{r}$. При постійному струмі е.р.с. самоіндукції виникає лише при увімкненні та вимкненні струму і при його змінах. При змінному струмі періодичні зміни струму створюють е.р.с. самоіндукції, що періодично змінюється:

$$e_L = -L\frac{di}{dt} \tag{2.3}$$

У випадку змінного струму $i = I_m \sin \omega t$ е.р.с. самоіндукції становить:

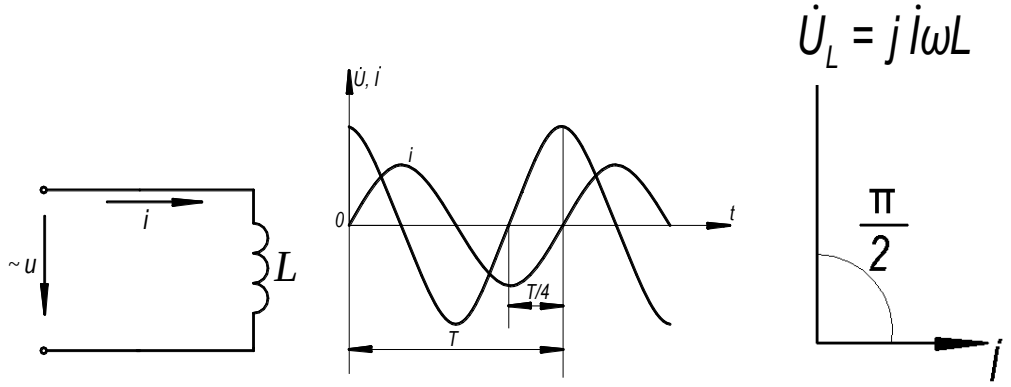
$$e_l = -LI_m \frac{d \sin \omega t}{dt} \tag{2.4}$$

Продиференціювавши, отримаємо:

$$\frac{di}{dt} = \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = I_m \omega \cos \omega t \tag{2.5}$$

Отже, миттєве значення е.р.с. самоіндукції в колі змінного струму буде:

$$e_L = -L\frac{di}{dt} = -I_m \omega L \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \tag{2.6}$$



а б в

Рисунок 2.2 – До розгляду кола змінного струму з ідеальною індуктивною котушкою: а) - електрична схема; б) - графіки синусоїдних величин напруги u_L та струму i; в) - векторна діаграма напруги u_L та струму i

е.р.с. самоіндукції зображується синусоїдною кривою, що відстає від кривої струму на чверть періоду ($\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} = 90°$).

Якщо в колі змінного струму добуток ir настільки незначний, що ним можна знехтувати, то напруга на індуктивності:

$$u_L = ir + (-e_L) = -e_L = L\frac{di}{dt} = I_m \omega L \cos \omega t \qquad (2.7)$$

тобто в такому колі (рис. 2.2, а) напруга u_L за фазою випереджує струм на чверть періоду (рис. 2.2, б). У цьому випадку $U_m = I_m \omega L$ або, розділивши цей вираз на $\sqrt{2}$, одержимо вираз для діючого значення струму:

$$I = \frac{U_L}{\omega L} \qquad (2.8)$$

Отримана формула нагадує закон Ома для кола змінного струму. В цьому виразі величина ωL відіграє роль опору. Її розмірність та ж сама що і опору, тому що розмірність кутової частоти ω - [1/с], а одиниці індуктивності - [Гн] (Ом·с). Величина ωL називається *індуктивним опором*, вона часто скорочено позначається X або X_L.

Індуктивний опір - це величина, яка враховує перешкоду струму з боку е.р.с. самоіндукції, що виникає в елементах кола з індуктивністю. Опір залежить від індуктивності елемента кола L, який формує магнітне поле в навколишньому середовищі та частоти f:

$$X_L = wL = 2\pi f L \qquad (2.9)$$

За допомогою такого умовного опору при розрахунках враховується протидія е.р.с. самоіндукції періодичним змінам синусоїдного струму. Індуктивний опір пропорційний частоті цього струму і при постійному струмі дорівнює нулю. Тому не можна вмикати на постійну напругу багато апаратів і машин змінного струму: при змінному струмі вони мають великий індуктивний опір, а їхній опір постійному струму відносно малий. При увімкненні в коло постійного струму в обмотках пристроїв може виникнути велике значення струму, яке зруйнує обмотки своєю тепловою дією. Вектор напруги $\dot{U}_L$ ідеальної індуктивної котушки випереджає за фазою вектор струму I на $\pi/2$, а вектор е.р.с. самоіндукції $\dot{E}_L$ в цьому випадку дорівнює за величиною та протилежний за фазою вектору напруги $\dot{U}_L$.

Векторна діаграма струму і напруги для кола, що характеризується тільки індуктивністю, наведена на рис. 2.2, в. Це означає, що якщо зобразити вектор струму на комплексній площині і направити його по осі дійсних чисел, то вектор напруги буде спрямований по осі уявних чисел. Відношення комплексної напруги до комплексного струму являє собою уявне число, що дорівнює індуктивному опору, тобто:

$$\frac{\dot{U}}{I} = j\omega L = X_L \qquad (2.10)$$

В реальному конденсаторі, що приєднаний до синусоїдної напруги, мають місце втрати енергії в його діелектрику. Але при частоті 50 Гц вони досить невеликі, ними нехтують та вважають, що конденсатор характеризується тільки однією ємністю C. Тому, коли конденсатор

увімкнути в коло змінного струму з синусоїдною напругою $u = U_m \sin \omega t$, то він буде періодично перезаряджатися згідно прикладений напрузі ($u_c = u$) (рис. 2.3, а) Перезаряджання конденсатора супроводжується появою в колі синусоїдного струму i, контур якого замикається через діелектрик завдяки струму зміщення. Але змінний заряд конденсатора Q пропорційний прикладеній напрузі і за дуже невеликий проміжок часу dt зміна заряду на обкладках конденсатора

$$dQ = idt = Cdu_c \qquad (2.11)$$

Тоді струм в колі:

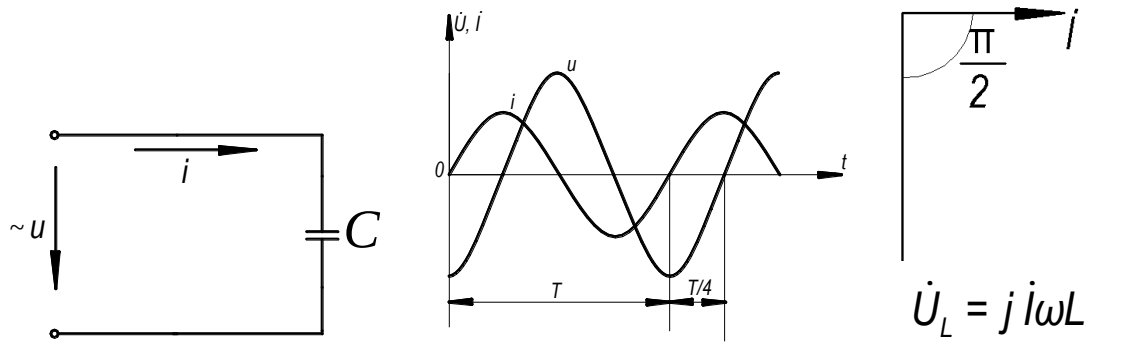
$$i = \frac{dQ}{dt} = C\frac{du_c}{dt} = CU_{cm}\frac{d\sin\omega t}{dt} = \omega C U_{cm}\cos\omega t \qquad (2.12)$$

де $\frac{d\sin\omega t}{dt} = \omega\cos\omega t$, тому можна записати:

$$i = U_{cm}\omega C\cos\omega t = U_{cm}\omega C\sin(\omega t + 90°) \qquad (2.13)$$

де $i = U_{cm}\omega C$ - амплітуда струму, яку знаходимо, коли $\cos\omega t = 1$. (2.14)

Отже, струм в колі з конденсатором змінюється за синусоїдним законом, таким як і прикладена напруга, але вони зсунуті за фазою - струм випереджає напругу, яка його викликала на чверть періоду ($\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} = 90°$) (рис. 2.3, б). Це відбувається ому, що в конденсаторі практично немає втрат енергії і струм в ньому пропорційний не прикладеній напрузі u_C, а швидкості її зміни, тобто похідній du_c/dt.



а б в

Рисунок 2.3 – До розгляду кола змінного струму з конденсатором:
а) – електрична схема; б) – графіки миттєвих значень напруги u_c та струму i;
в) – векторна діаграма напруги u_c та струму i.

Щоб перейти до діючих значень, розділимо вираз (2.13) на $\sqrt{2}$ і перепишемо в такому вигляді:

$$\frac{I_m}{\sqrt{2}} = I = \frac{\omega C U_{cm}}{\sqrt{2}} = \omega C U_c \qquad (2.15)$$

або запишемо вираз для струму в колі в такому вигляді:

$$I = \frac{U_C}{1/\omega C} = \frac{U_C}{X_C} \tag{2.16}$$

Ця формула нагадує закон Ома для кола постійного струму. Знаменник виразу $1/\omega C$ має розмірність опору [Ом] і називається *ємнісним опором* X_C.

Ємнісний опір зменшується із збільшенням частоти змінного струму на противагу індуктивному опорові X_L .

Вектор ємнісного струму випереджає за фазою вектор напруги, іншими словами, вектор напруги на конденсаторі відстає від вектора струму на $\pi/2$. Якщо зобразити вектор струму і напруги на комплексній площині (рис. 2.3в), направивши вектор струму по осі дійсних чисел, то можна бачити, що комплексний опір кола з конденсатором:

$$\underline{Z} = X_C = \frac{\dot{U}_C}{I} = -\frac{j}{\omega C} \tag{2.17}$$

Ємнісний опір - це величина, яка враховує вплив ємності на величину струму в колі. Він залежить від ємності елементу кола C, яка накопичує електричні заряди і формує електричне поле в діелектрику та частоти змінного струму f:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \tag{2.18}$$

Якщо в колі з послідовно з'єднаними реостатом, котушкою індуктивності і батареєю конденсаторів (рис. 2.4) підведена напруга U, то по всіх елементах проходить один і той же струм I. Цей струм на кожній ділянці створює спад напруги. Отже, напруга на активному опорі r буде співпадає за фазою зі струмом та дорівнюватиме:

$$U_a = Ir \tag{2.19}$$

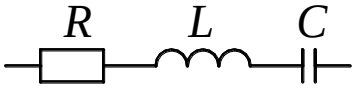


Рисунок 2.4 – Послідовне з'єднання активного, індуктивного і ємнісного опорів

Напруга на котушці індуктивності:

$$U = IZ_k = I\sqrt{R_k^2 + X_L^2} = \sqrt{U_{ka}^2 + U_L^2} \qquad (2.20)$$

де, Z_k, R_k, X_L- відповідно повний, активний, індуктивний опір котушки;
U_{ka} і U_L - відповідно активна і індуктивна складова напруги на котушці.

Активна складова напруга на котушці U_{ka} співпадає за фазою зі струмом I, а індуктивна U_L - випереджає струм I на 90°. Тому, напруга на котушці випереджає струм на деякий кут.

Напруга на батареї конденсаторів:

$$U_c = IX_c \qquad (2.21)$$

де X_C - ємнісний опір батареї конденсаторів.

Ця напруга відстає за фазою від струму на 90°. Ємнісна та індуктивна складова напруги знаходяться між собою у протифазі. Підведена до кола напруга U є геометричною сумою напруг на окремих ділянках, тобто:

$$\vec{U} = \vec{U}_a + \vec{U}_k + \vec{U}_c = \vec{U}_a + \vec{U}_{ka} + \vec{U}_L + \vec{U}_C \qquad (2.22)$$

На рис. 2.5 зображена векторна діаграма напруги і струмів кола, відтворюючи наведений вище вираз. Наведена діаграма для випадку, коли $U_L > U_C$.

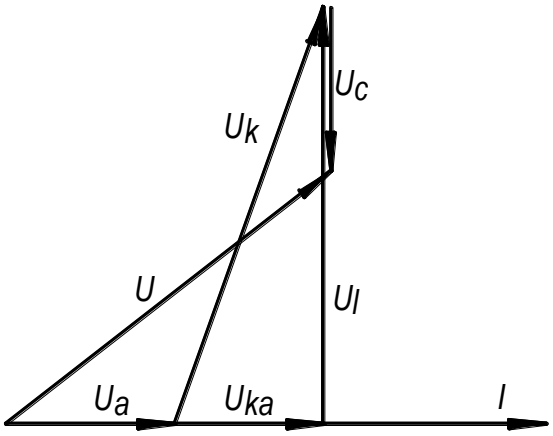


Рисунок 2.5 – Векторна діаграма напруг при послідовному з’єднанні активного, індуктивного і ємнісного опорів

Побудова векторної діаграми здійснюється в такій послідовності.

Вибирають зручні для побудови масштаби струму і напруги. У вибраному масштабі з початку координат в будь-якому напрямі (наприклад, горизонтально) відкладають вектор струму I. З тієї ж точки в масштабі напруги в напрямку вектора струму відкладають вектор напруги на активному опорі U_a. З кінця цього вектора в тому ж напрямку будують вектор активної складової напруги на котушці $U_{ka} = IR_k$. З кінця цього вектора вертикально вверх (з випередженням на 90°) будують вектор індуктивної складової напруги на котушці $U_L = IX_L$, з кінця якого в зворотному напрямку (вертикально внизу) відкладають вектор напруги на батареї конденсаторів U_c. Замикаючий вектор, який з'єднує початок вектора U_a і кінець вектора U_L – є вектором підведеної до кола напруги U.

Із векторної діаграми (рис. 2.5) видно, що:

$$\vec{U} = \sqrt{\left(\vec{U}_a + \vec{U}_{ka}\right)^2 + \left(\vec{U}_1 + \vec{U}_c\right)^2} \quad \text{або}$$

$$U = \sqrt{(Ir + IR_k)^2 + (IX_L - IX_C)^2} = \sqrt{I^2R^2 + I^2(X_L - X_C)^2} = IZ \qquad (2.23)$$

де R і Z - відповідно активний і повний опір кола.

У колі при послідовному з’єднанні активного R, індуктивного X_L і ємнісного опорів X_C можливі три режими:

1. $X_L > X_C$. У цьому випадку індуктивна напруга U_L більша ємнісної U_C. Струм I в колі відстає від підведеної напруги U на деякий кут, який менший 90°;

2. $X_L = X_C$. У цьому випадку індуктивна і ємнісна напруга рівні. Струм має максимальне значення, оскільки обмежується тільки активним опором кола. Напруга на батареї конденсаторів U_C та на котушці U_K може досягати значень, що значно перевищують підведену до кола напруга U. Дане явище називається резонансом напруги. Умовами виникнення резонансу напруги є рівність індуктивного і ємнісного опору: $X_L = X_C$; при наявності джерела змінної напруги постійної частоти та послідовному з’єднанні котушки та конденсатора.

3. $X_L < X_C$. У цьому випадку індуктивна напруга U_L менша ємнісної U_C. Струм в колі випереджує за фазою прикладену напругу на деякий кут більший 90°.