

Самостійна робота №2

Тема: «РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ»

Мета заняття: Ознайомити студентів з технологією розв'язування транспортної задачі лінійного програмування в середовищі EXCEL з допомогою надбудови «ПОИСК РЕШЕНИЯ»

Приклад: *Задача організації оптимального постачання.*

Три фермерських господарства A_1, A_2, A_3 щодня можуть постачати в місто 60, 60 і 50 ц молока для забезпечення п'яти магазинів: B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 . Вартість перевезення 1 ц молока і потреби магазинів вказані у таблиці 1.

Таблиця 1:

Фермерські господарства	Витрати на перевезення 1 ц молока до магазинів					Запас молока, ц
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	7	6	8	10	12	60
A_2	9	5	7	4	6	60
A_3	6	8	4	9	7	50
Потреба у молоці, ц	30	20	55	20	25	

Визначити оптимальний план доставки молока у кожен магазин для задоволення потреб так, щоб сумарні транспортні витрати були мінімальними.

Побудова математичної моделі. Змінні моделі: x_{ij} ($i = 1, \dots, 3, j = 1, \dots, 5$) – кількість молока, що постачається i -тим фермерським господарством до j -того магазину.

Цільова функція – сумарні транспортні витрати, котрі необхідно мінімізувати:

$$z = 7x_{11} + 6x_{12} + 8x_{13} + 10x_{14} + 12x_{15} + 9x_{21} + 5x_{22} + 7x_{23} + 4x_{24} + 6x_{25} + 6x_{31} + 8x_{32} + 4x_{33} + 9x_{34} + 7x_{35} \rightarrow \min$$

Обмеження:

- на постачальників

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \leq 60 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} \leq 60 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} \leq 50 \end{cases}$$

- на споживачів

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 30 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 20 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 55 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 20 \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} = 25 \end{cases}$$

- на невід'ємність $x_{ij} = 0$.

1. **Ввести вихідні дані.** Введіть вихідні дані задачі так, як показано на рис. 1.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Фермерські господарства	Витрати на перевезення					Запас молока
2		B1	B2	B3	B4	B5	
3	A1	7	6	8	10	12	60
4	A2	9	5	7	4	6	60
5	A3	6	8	4	9	7	50
6	Потреба в молоці	30	20	55	20	25	

Рис. 1. Введені вихідні дані

2. **Створити форму для розв'язку задачі.** □ Вказати адреси комірок, у яких буде міститись результат розв'язку задачі. Змінні комірки – **B11:F13**. У ці комірки в результаті розв'язку задачі будуть записані оптимальні значення x_{ij} .

Ввести залежності для обмежень задачі. Спочатку введіть умови реалізації

$$a_i = \sum_{j=1}^n x_{ij},$$

потужностей постачальників: , де a_i - потужність постачальника i ; x_{ij} - об'єм постачання товару від постачальника i до споживача j ; n – кількість споживачів.

Для цього потрібно:

- помістити курсор у комірку **G11**
- вибрати функцію **СУММ**
- виділити необхідні для сумування комірки **B11:F11**
- натиснути кнопку **ОК**

Аналогічні дії виконати для комірок **G12, G13**.

m

Потім введіть умови задоволення потреб споживачів: $b_j \geq \sum_{i=1}^m x_{ij}$, де b_j –

потужність споживача j ; m – кількість постачальників. Для цього:

- помістити курсор у комірку **B14**
- вибрати функцію **СУММ**
- виділити необхідні для сумування комірки **B11:B13**
- натиснути кнопку **ОК**

Такі ж дії виконати для комірок **C14, D14, E14 і F14**.

□ Ввести залежність для цільової функції. Для обчислення значення цільової функції зарезервуйте комірку і введіть формулу для

$$b_j = \sum_{i=1}^m x_{ij},$$

обчислення: b_j , де вартість перевезення 1 ц молока від постачальника i до споживача j . Для цього:

- помістити курсор у комірку **G14** (після розв’язування задачі тут буде міститись значення цільової функції)
- викликати діалогове вікно *Мастер функций f_x* .
- Вибрати із категорії *Математические* функцію **СУММПРОИЗВ**.
- В масив 1 ввести **B3:F5**.
- В масив 2 ввести **B11:F13**.
- **Готово**. В комірку буде введена функція.

В полі комірки **G14** з’явиться деяке числове значення, що дорівнює добутку поставок на коефіцієнти витрат (тут – число 0, рис. 2).

	А	В	С	D	Е	F	G
1	Фермерські господарства	Витрати на перевезення					Запас молока
2		B1	B2	B3	B4	B5	
3	A1	7	6	8	10	12	60
4	A2	9	5	7	4	6	60
5	A3	6	8	4	9	7	50
6	Потреба в молоці	30	20	55	20	25	
7							
8							
9	Фермерські господарства	Витрати на перевезення					Запас молока
10		B1	B2	B3	B4	B5	
11	A1						0
12	A2						0
13	A3						0
14	Потреба в молоці	0	0	0	0	0	0

Рис. 2. Створена форма для розв’язування задачі

3. Запустити команду *Поиск решения*.
4. Призначити комірку для цільової функції.
 - Помістити курсор у вікно *Установить целевую ячейку*
 - Ввести адресу комірки **\$G\$14** (Рис. 3).
 - Ввести тип цільової функції – *Минимальному значению*.
5. Ввести обмеження.
 - Помістити вказівник миші на кнопку *Добавить*. З'явиться діалогове вікно *Добавление ограничения*. Перший запис в групі *Ограничения* (Рис. 3) є обмеженнями на потреби, другий запис – обмеженнями на запаси.
 - Після вводу всіх обмежень натисніть кнопку **ОК**.

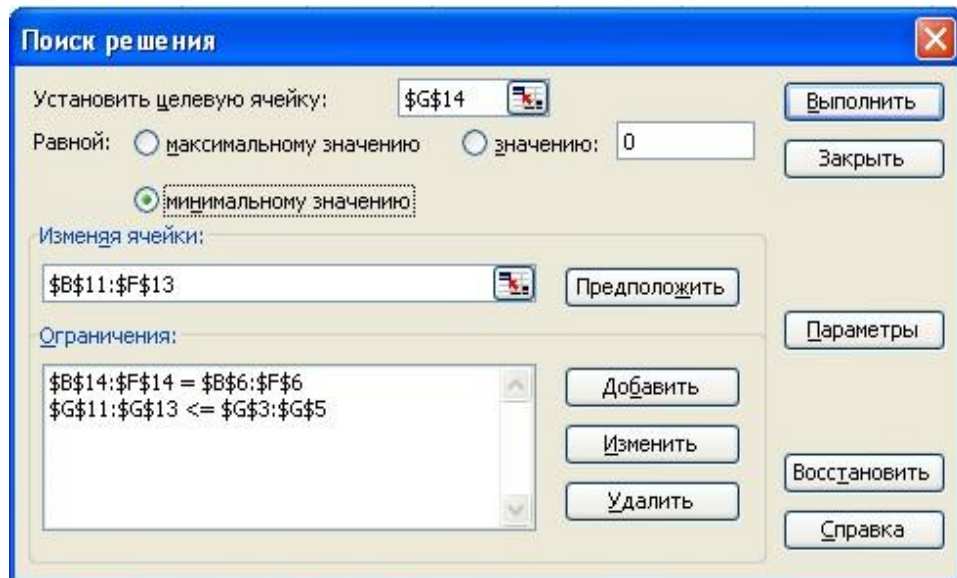


Рис. 3. Введені всі умови задачі.

6. Ввести параметри для розв'язку задачі лінійного програмування.
 - Встановити мітку *Неотрицательные значения* і мітку *Линейная модель*.
 - Натисніть кнопку ОК. Знову з'явиться діалогове вікно *Поиск решения*.

Розв'язок задачі виконується зразу після вводу даних, коли на екрані з'явиться діалогове вікно *Поиск решения*.

- Натисніть кнопку *Выполнить*. В результаті на екрані з'явиться діалогове вікно *Результаты поиска решения* (Рис. 4).

9	Фермерські господарства	Витрати на перевезення					Запас молока
10		В1	В2	В3	В4	В5	
11	A1	30	10	0	0	0	40
12	A2	0	10	5	20	25	60
13	A3	0	0	50	0	0	50
14	Потреба в молоці	30	20	55	20	25	785
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Тип отчета
 Результаты
 Устойчивость
 Пределы

Сохранить найденное решение
 Восстановить исходные значения

OK Отмена Сохранить сценарий... Справка

Рис. 4. Розв'язок задачі.

Отже, розподіл товару між магазинами подано на рис. 4. Загальні витрати на перевезення продукції складуть 785 у. о. Попит магазинів задоволений повністю – вони отримують 150 ц молока. У першого фермерського господарства залишиться нереалізованим 20 ц молока.

Завдання для самостійного виконання:

1. На замовлення будівельної організації пісок перевозиться від трьох постачальників (кар'єрів) п'ятьом споживачам (будівельним майданчикам). Вартість на доставку входить у собівартість об'єкта, що споруджується, тому будівельна організація зацікавлена забезпечити потреби своїх будмайданчиків у піску як найдешевше. Запаси піску на кар'єрах, попит піску для будмайданчиків і ціна на транспортування між кожною парою «постачальник-споживач» задані у таблиці 2.

Таблиця 2

	Буд. 1	Буд. 2	Буд. 3	Буд. 4	Буд. 5	Запаси
Кар'єр 1	3	4	8	5	2	500
Кар'єр 2	4	1	5	6	4	100
Кар'єр 3	8	8	9	4	5	50
Потреби	40	20	100	75	60	

Потрібно визначити план оптимальних перевезень для задоволення потреб, за яким загальні витрати були б мінімальними.

2. Підприємство оголосило набір працівників до нового цеху – вказало назви семи посад і кількість вакансій по кожній з них. Кадрова служба збрала заяви

від 18 претендентів на ці посади, провела тестування кожного по кожній посаді і за результатами визначила п'ять груп з однаковими оцінками і можливостями, отримавши відповідну таблицю середніх оцінок їх вмінь та знань.

Таблиця 3

	Посада 1	Посада 2	Посада 3	Посада 4	Посада 5	Посада 6	Посада 7	Всього прет.
Група А	4	4	7	5	7	4	3	1
Група Б	2	5	6	4	6	4	2	3
Група В	3	4	5	5	5	4	3	3
Група Г	4	3	4	4	4	4	4	4
Група Д	5	4	3	2	3	4	5	7
Всього вакансій	3	2	1	2	1	1	2	

Треба призначити на вакантні посади претендентів таким чином, щоб загальна ефективність виконання ними відповідних обов'язків була максимальною.

Зауваження: наявність високої оцінки ще не гарантує успіху, бо метою оптимального призначення є досягнення максимальної загальної ефективності.

3. Знайти оптимальний розподіл трьох машин по чотирьох роботах, щоб за умови виконання заданих об'ємів загальна вартість виконання всіх робіт була б мінімальною. Матриця собівартості робіт (грн./м³), вектор ресурсів машин (год.), вектор продуктивності машин (м³/год.) та вектор обсягів робіт (м³) наведено у таблиці 4.

Таблиця 4

	Робота 1	Робота 2	Робота 3	Робота 4	Ресурс	Продуктивність
Машина 1	2	1	0,5	1,2	240	30
Машина 2	0,8	1,2	0,9	0,8	160	55
Машина 3	0,5	1	0,6	0,9	150	18
Об'єм	5000	2000	3000	8000		

Знайти план розподілу машино-годин по роботах так, щоб загальні витрати мінімізувались та знайти загальну вартість робіт.

4. Знайти оптимальний розподіл трьох земельних ділянок по чотирьох с/г культурах, щоб за умови виконання заданих об'ємів врожаю загальні витрати були мінімальними. Матриця собівартості або витрат (грн./ц), матриця врожайності (ц/га), вектор земельних ресурсів (га) та вектор запланованого врожаю (ц) подані у таблиці 5.

Таблиця 5

Собівартість, план і ресурси					
	Культура 1	Культура 2	Культура 3	Культура 4	Площа
Ділянка 1	2	2,5	3	3	30
Ділянка 2	2,4	3	3,2	0,5	50
Ділянка 3	1,8	2	2,5	1,1	20
План	500	200	400	250	
Врожайність					
	Культура 1	Культура 2	Культура 3	Культура 4	
Ділянка 1	12	16	16	25	
Ділянка 2	10	12	20	15	
Ділянка 3	15	16	24	23	

Знайти план оптимального розподілу земельних ресурсів, який мінімізує загальні витрати.

5. Комерційний директор концерну «Ford» планує розподіл автомобілів, виготовлених у трьох дочірніх філіалах, до п'яти регіональних дилерів. Доставка здійснюється трейлерами, місткістю 15 автомобілів. Транспортні витрати одного трейлера у розрахунку на 1 км шляху дорівнюють 6 у.о. Відстані від центрів виробництва автомобілів до центрів продажів, а також щомісячний об'єм поставок і попит на товар подані у таблиці 6.

1. Визначити оптимальний план вантажопотоків, що забезпечує мінімальні транспортні витрати;
2. Як зміниться план перевезень і транспортні витрати, якщо трейлери забезпечити додатковими платформами, місткість яких складає 10 автомобілів? (При розрахунках допускається округлення до цілих);
3. Проаналізувати розподіл поставок, якщо попит у другому центрі збільшиться на 100 одиниць.

Таблиця 6

Центри виробництва	Відстані від центрів виробництва до центрів продажу, км					Об'єми продажів
	1	2	3	4	5	
1	80	120	180	150	50	300
2	60	70	50	65	90	345
3	30	80	120	140	90	150
Попит на автомобілі	150	195	255	150	45	

6. У трьох пунктах виробництва розміщена однорідна продукція в обсязі 200, 170 і 130 т, яка повинна бути перевезена споживачам у кількості 50, 220,80, 110 і 140 т. Вартість перевезення одиниці продукції від кожного постачальника до кожного споживача задається матрицею

$$\begin{pmatrix} 2 & 10 & 8 & 15 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 7 & 3 & 12 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

У зв'язку з неплатоспроможністю перевезення з першого пункту виробництва до першого споживача і з другого пункту виробництва до третього споживача тимчасово закриті. Визначити оптимальний план перевезення, який мінімізує сумарні витрати.

7. Скласти план посіву зернових культур (з урахуванням урожайності ділянок), що максимізує прибуток. Площа ділянки I дорівнює 500 га.; ділянки II – 400 га.; ділянки III – 600 га.; ділянки IV – 500 га. Всі необхідні дані наведено у таблиці 7:

Таблиця 7

Зернові культури	Урожайність ділянки, ц/га				Посівні площі, га	Закупівельні ціни	Затрати на 1 га по ділянках, грн.			
	I	II	III	IV			I	II	III	IV
жито	22	25	20	18	250	7	45	50	38	38
пшениця	30	32	25	28	1400	7	45	48	40	45
ячмінь	31	28	25	23	350	4	48	47	45	40