

Тема: МАТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ БАГАТОФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОПЕРАЦІЙ

Мета: Освоєня методики та набуття практичних навиків по дослідженню технологічних операцій математичним плануванням багатофакторних експериментів.

Порядок виконання роботи

1. На підставі виданого завдання вивчити теоретичні відомості.
2. Виконати заданий приклад.
3. Скласти звіт по лабораторній роботі.

Теоретичні відомості

Підвищення ефективності технологічних процесів шляхом підбору оптимальних режимів їх реалізації, вибір раціональних конструктивних параметрів виробів тощо в багатьох випадках забезпечують експериментальні дослідження. Вміння спланувати і провести експеримент на практиці, здійснити математичну обробку отриманих результатів, зробити необхідні висновки належить до важливих фахових навичок технолога машинобудування .

Теорія планування експериментів передбачає проведення експериментів шляхом примусової зміни досліджуваних факторів в необхідних межах за заздалегідь складеною схемою (матрицею планування), яка має певні оптимальні властивості. Плануючи експеримент попередньо задаються видом моделі, що описує певний технологічний процес, визначаючи за допомогою експерименту її параметри.

Основні поняття теорії планування експерименту.

Функція відгуку – функція типу $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$, яка характеризує досліджуваний процес.

Фактори – незалежні змінні x_1, x_2, \dots, x_k , які є аргументом функції відгуку.

Поверхня відгуку – геометричне відображення в багатофакторному просторі функції відгуку за великої кількості факторів. Плануючи експеримент, використовують моделі, які

описують поліномами 1-го, 2-го і вищих степенів, що зручно для розв'язування експериментальних задач.

Інтервал варіювання факторів – діапазон значень, яких набуває кожен фактор.

Рівні варіювання – значення кожного фактора в дослідах.

Матриця планування – таблиця, складена з кодів значень факторів.

Ортогональна матриця планування – матриця планування, в якій сума попарних добутків будь-яких вектор-стовпців дорівнює нулю.

Рототабельність – властивість матриці планування, в якій точність передбачення значень параметра оптимізації однакова на рівних віддалях від центра експерименту і не залежить від напрямку.

Планування експерименту для вивчення технологічного процесу передбачає наявність відомої аналітичної залежності. У цьому випадку модель шляхом лінеаризації зводять до лінійного виду, а потім для лінеаризованої моделі застосовують схему експерименту, найбільш властиву отриманому поліному. Згодом застосовують математичну обробку отриманих результатів і оцінюють адекватність отриманої залежності, а також аналізують вплив факторів на параметр оптимізації.

Застосування теорії планування експериментів передбачає реалізацію таких основних етапів.

- формулювання мети та задач дослідження основних гіпотез, що підлягають перевірці;
- вибір об'єкта дослідження, його параметрів, а також факторів, які можуть бути змінювані;
- вибір інтервалу варіювання факторів.

Математичний апарат регресивного аналізу передбачає використання теорії матриць, що необхідно для обробки результатів спостережень. Для спрощення розрахунків використовують кодові змінні, що перетворюють матриці на одиничні. До кодів змінних переходять за допомогою виразу.

$$X_i = \frac{2 \cdot (\ln \bar{X}_i - \ln \bar{X}_{i_{\min}})}{\ln \bar{X}_{i_{\max}} - \ln \bar{X}_{i_{\min}}} + 1$$

де \bar{X}_i - відповідні натуральні змінні; $\bar{X}_{i_{\min}} = \bar{X}_{i_{\min}}$ - відповідно максимальні і мінімальні значення факторів в натуральних одиницях; i - номер фактора.

- складання комбінацій рівнів факторів. що забезпечують дослідження рівнів системи

Окремі досліди реалізуються завдяки планам експериментів. Найчастіше використовують повний факторний експеримент (ПФЕ) та дробовий факторний експеримент (ДФЕ). Приклади планів ПФЕ та ДФЕ наведено в додатку А.

За допомогою ПФЕ можна дослідити процеси моделі яких описуються не повними квадратичними поліномами. Для трьох факторів у кодованій формі згаданий поліном має такий вигляд:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_{12} X_1 X_2 + b_{13} X_1 X_3 + b_{23} X_2 X_3 + b_{123} X_1 X_2 X_3$$

де b_j - шукані коефіцієнти регресії.

Загальна кількість дослідів ПФЕ становить $N = 2^k$, де k - кількість факторів. Для ПФЕ типу 2^3 кількість незалежних факторів $k = 3$, дослідів за планом – $N = 8$.

- встановлення повторюваності кожного дослідів та визначення загальної кількості дослідів.

Достовірність результатів дослідів, статистична перевірка отриманих результатів забезпечується проведенням декількох дубльованих дослідів з однаковими значеннями змінюваних факторів. Кількість повторних дослідів – два, три або більше. Коефіцієнти регресії b_j розраховують за допомогою значень середніх результатів дослідів:

$$\bar{Y}_v = \frac{\sum_{i=1}^r Y_{vi}}{r}$$

де v - номер точки дослідів; r - число повторюваних дослідів.

- вибір послідовності реалізації дослідів.

Досліди реалізують у випадковій послідовності, що зменшує вплив систематичних похибок на результати експерименту.

- математичне оброблення результатів дослідження із застосуванням регресивного аналізу

За допомогою методу регресивного аналізу визначають:

коефіцієнти моделі шляхом сумування почленних добутків стовпця матриці плану експериментів на стовбець

$$\bar{Y}_v - b_i = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N X_{iv} \cdot \bar{Y}_v$$

$$S_v^2 = \frac{\sum_{j=1}^r (X_{vj} - \bar{Y}_v)^2}{(r-1)}$$

порядкової дисперсії -

дисперсію відтворюваності дослідів-

$$S^2\{Y\} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S_j^2 = \frac{\sum_{v=1}^r \sum_{j=1}^r (X_{vj} - \bar{Y}_v)^2}{N(r-1)}$$

$$G = \frac{S_{v_{\max}}^2}{S_v^2}$$

критерій Кохрена - перевіряють однорідність дисперсій – гіпотеза однорідності дисперсії приймається за виконання умови $G < G_{\alpha, r, N}$, де $G_{\alpha, r, N}$ - критичне значення критерію Кохрена (див. табл. Б1 додатка Б для ступення свободи $f_{1, \max} = (r-1)$, $f_2 = N$ та рівня значущості $\alpha = 0,05$)).

дисперсію коефіцієнта регресії - $S^2\{b_i\} = \frac{S^2\{Y\}}{N \cdot r}$;

табличне значення критерію Студента $t_{\alpha, \nu}$ (див. табл. Б2 додатка Б для ступеня свободи $f_{\nu} = N(r-1)$ та рівня значущості $\alpha = 0,05$);

половину довжини довірчого інтервалу $\Delta b_i = t_{\alpha, \nu} \cdot S\{b_i\}$ (визначають значимі коефіцієнти рівня регресії за умовою - $|b_i| \geq \Delta b_i$);

дисперсію адекватності - $S_{ад}^2 = \frac{r}{N-m} \sum_{v=1}^r (\bar{Y}_v - Y)^2$

де m - число членів кінцевого апроксимуючого полінома; Y_v - розрахункові значення отримані після підставлення в кінцеве рівняння регресії значення $+1$ та -1 відповідно до матриці планування:

$$F = \frac{S_{ад}^2}{S^2\{Y\}}$$

розрахунковий критерій Фішера -

табличне (критичне) значення критерію Фішера $F_{кр}$ (див. табл. Б3 додатка Б для ступеня свободи $f_{ад} = N-m$; $f_E = N(r-1)$ та рівня значущості $\alpha = 0,05$, перевіряють адекватність кінцевої моделі за умовою $F < F_{\alpha, r, N}$);

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2}}$$

коефіцієнт множинної кореляції -

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{Y}_i$$

де \bar{Y} - середня величина значень функції визначена за експериментальними даними (при наближенні коефіцієнта R до 1 або до 0 – рівня регресії відповідно практично описує або не описує результати експерименту).

- побудова моделі та її аналізу.

У результаті отримують модель процесу після переведення її до вигляду з натуральними змінними. За величиною та знаком коефіцієнтів регресії встановлюють ступінь впливу деяких факторів на досліджувану параметр.

ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ

Досліди для тонкого точіння вплив на середньо арифметичне відхилення профілю R_a (мкм) обробленої поверхні режимів різання: швидкості різання (V), подачі S , глибини різання (t)

1. Вибір факторів.

Як фактори вибираємо основні технологічні режими тонкого точіння V , S , t .

2. Встановлення меж зміни факторів.

Встановлюємо такі межі зміни факторів (за рекомендацією заводу-виробника різців (задано в завданні до лабораторної роботи)):

$$V = 64,5 + 16 \text{ м/хв}; S = 0,064 + 0,198 \text{ мм/об}; t = 0,05 + 0,5 \text{ мм}$$

3. Вибір емпіричної залежності.

Емпіричну залежність між середньоарифметичним відхиленням профілю R_a та режимів різання V , S , t шукають у вигляді степеневі залежності, наприклад:

$$R_a = C_0 V^m S^n t^p, \quad (1)$$

де C_0 - постійний коефіцієнт m , n , p - показники степеня

4. Перетворення натуральних незалежних факторів в кодовані безрозмірні змінні.

Перетворення натуральних незалежних факторів V , S , t в кодовані безрозмірні виконується за допомогою залежності

$$X_i = \frac{2 \cdot (\ln \bar{X}_i - \ln \bar{X}_{i \max})}{\ln \bar{X}_{i \max} - \ln \bar{X}_{i \min}} + 1 \quad (2)$$

де X_i - відповідні натуральні змінні.

Кодування натуральних змінних виконане на основі даних таблиці 1

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{2 \cdot (\ln V - 5,08)}{5,08 - 4,17} + 1 = 2,19 \cdot \ln V - 1,01; \\ X_2 &= \frac{2(\ln S + 1,62)}{-1,62 + 2,75} + 1 = 1,77 \ln S + 3,86; \\ X_3 &= \frac{2(\ln t + 0,69)}{-0,68 + 3,0} + 1 = 0,866 \cdot \ln t + 1,6. \end{aligned} \quad (3)$$

Таблиця 1 - Рівні зміни факторів

| Рівень факторів | | V, м/хв | | S, мм/об | | t, мм | |
|-----------------|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Назва | Кодоване значення | $X_1 = V$ | $\ln X_1$ | $X_2 = S$ | $\ln X_2$ | $X_3 = t$ | $\ln X_3$ |
| Верхній | +1 | 161 | 5,08 | 0,198 | -1,62 | 0,5 | -0,69 |
| Середній | 0 | 112,75 | - | 0,131 | - | 0,28 | - |
| Нижній | -1 | 64,5 | 4,17 | 0,064 | -2,75 | 0,05 | -3,0 |

5. Приведення не лінійної залежності (1) до лінійного вигляду.

$$\ln R_a = \ln C_0 + m \cdot \ln V + n \cdot \ln S + p \cdot \ln t$$

Вводимо позначення:

$$\ln R_a = Y; \quad \ln C_0 = b_0; \quad m = b_1; \quad n = b_2; \quad p = b_3,$$

тоді

$$Y = b_0 + b_1 \cdot \ln V + b_2 \cdot \ln S + b_3 \cdot \ln t \quad (4)$$

Рівняння (4) – емпірична модель залежності середньоарифметичного відхилення профілю R_a від режимів різання.

6. Вибір плану експериментів.

Коефіцієнти емпіричної моделі визначають за допомогою матриці повного факторного експерименту (ПФЕ) типу 2^3 (число незалежних факторів -3, число рівнів зміни кожного фактора -2 (див. табл. 1). Число дослідів за планом експериментів – $N = 8$.

Матриця ПФЕ типу 2^3 (див. табл. А1 додатка А) дозволяє визначити коефіцієнти регресії з врахуванням взаємодії факторів. Матриця планування та результати експериментів відображені в таблиці 2.

Рівняння регресії з кодованими змінними, що враховує взаємодію факторів:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_{12} X_1 X_2 + b_{13} X_1 X_3 + b_{23} X_2 X_3 + b_{123} X_1 X_2 X_3 \quad (5)$$

7. Встановлення кількості повторних дослідів.

Відтворюваність результатів дослідів забезпечується повторюваністю останніх.

Число повторюваності дослідів – $r = 2$.

Таблиця 2 - Матриця планування експериментів

| № дослідів | Фактори | | | | | | Результати дослідів | | | | \bar{R}_{a2} , МКМ | $\bar{Y}_p = \ln \bar{R}_{a2}$ |
|------------|---------|------------|-------|-------------|-------|----------|---------------------|--------------|---------------|--------------|----------------------|--------------------------------|
| | X_1 | | X_2 | | X_3 | | R_{a1} , мм | $\ln R_{a1}$ | R_{a2} , мм | $\ln R_{a2}$ | | |
| | код | V , м/хв | код | S , мм/об | код | t , мм | | | | | | |
| 1 | +1 | 161,0 | +1 | 0,198 | +1 | 0,50 | 1,29 | 0,26 | 0,99 | -0,01 | 1,14 | 0,13 |
| 2 | -1 | 64,5 | +1 | 0,198 | +1 | 0,50 | 1,32 | 0,28 | 0,80 | -0,22 | 1,06 | 0,06 |
| 3 | +1 | 161,0 | -1 | 0,064 | +1 | 0,50 | 0,42 | -0,87 | 0,36 | -1,02 | 0,39 | -0,94 |
| 4 | -1 | 64,5 | -1 | 0,064 | +1 | 0,50 | 0,44 | -0,82 | 0,38 | -0,98 | 0,41 | -0,90 |
| 5 | +1 | 161,0 | +1 | 0,198 | -1 | 0,05 | 1,25 | 0,22 | 1,12 | -0,11 | 1,18 | 0,17 |
| 6 | -1 | 64,5 | +1 | 0,198 | -1 | 0,05 | 0,97 | -0,03 | 0,92 | -0,08 | 0,95 | -0,06 |
| 7 | +1 | 161,0 | -1 | 0,064 | -1 | 0,05 | 0,67 | -0,39 | 0,50 | -0,69 | 0,59 | -0,53 |
| 8 | -1 | 64,5 | -1 | 0,064 | -1 | 0,05 | 0,51 | -0,67 | 0,70 | -0,35 | 0,61 | -0,50 |

8. Підрахунок коефіцієнтів регресії моделі процесу тонкого точіння.

Коефіцієнти визначаються шляхом підсумування почленних добутків стовпця матриці плану експериментів 2^3 на стовбець \bar{Y}_p за такими залежностями:

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N X_{iv} \cdot \bar{Y}_v$$

$$b_0 = \frac{(0,13(+1)+0,06(+1)-0,94(+1)-0,90(+1)+0,17(+1)-0,06(+1)-0,53(+1)-0,50(+1))}{8} = -0,321$$

$$b_1 = \frac{(0,13(+1)+0,06(-1)-0,94(+1)-0,90(-1)+0,17(+1)-0,06(-1)-0,53(+1)-0,50(-1))}{8} = -0,0288$$

$$b_2 = \frac{(0,13(+1)+0,06(+1)-0,94(-1)-0,90(-1)+0,17(+1)-0,06(+1)-0,53(-1)-0,50(-1))}{8} = 0,396$$

$$b_3 = \frac{(0,13(+1)+0,06(+1)-0,94(+1)-0,90(+1)+0,17(-1)-0,06(-1)-0,53(-1)-0,50(-1))}{8} = -0,091$$

$$b_{12} = \frac{(0,13(+1)+0,06(-1)-0,94(-1)-0,90(+1)+0,17(+1)-0,06(-1)-0,53(-1)-0,50(+1))}{8} = 0,046$$

$$b_{23} = \frac{(0,13(+1)+0,06(+1)-0,94(-1)-0,90(-1)+0,17(-1)-0,06(-1)-0,53(+1)-0,50(+1))}{8} = 0,111$$

$$b_{13} = \frac{(0,13(+1)+0,06(-1)-0,94(+1)-0,90(-1)+0,17(-1)-0,06(+1)-0,53(-1)-0,50(-1))}{8} = -0,021 ;$$

$$b_{123} = \frac{(0,13(+1)+0,06(-1)-0,94(-1)-0,90(+1)+0,17(-1)-0,06(+1)-0,53(+1)-0,50(-1))}{8} = -0,02$$

Загальний вигляд рівняння регресії (5) з врахуванням значень коефіцієнтів b_i :

$$Y = -0,321 + 0,0288 \cdot X_1 + 0,396 \cdot X_2 - 0,091 \cdot X_3 + 0,046 \cdot X_1 X_2 - 0,021 \cdot X_1 X_3 + 0,111 \cdot X_2 X_3 - 0,02 \cdot X_1 X_2 X_3 \quad (6)$$

9. Визначення дисперсії повторюваності дослідів (табл. 3).

Таблиця 3 - Вихідні дані для визначення дисперсії відтворюваності дослідів

| № досліду | $(Y_v - \bar{Y})$ | $(Y_v - \bar{Y})^2$ | № досліду | $(Y_v - \bar{Y})$ | $(Y_v - \bar{Y})^2$ |
|------------------------|-------------------|---------------------|-----------|-------------------|---------------------|
| 1 | 0,26-0,13=0,13 | 0,0169 | 5 | 0,22-0,17= 0,05 | 0,0025 |
| 1 | -0,01-0,13=-0,14 | 0,0196 | 5 | 0,11-0,17= -0,06 | 0,0036 |
| 2 | 0,28-0,06=0,22 | 0,0484 | 6 | -0,03+0,06= 0,03 | 0,0009 |
| 2 | -0,22-0,06=-0,28 | 0,0781 | 6 | -0,08+0,06= -0,02 | 0,0004 |
| 3 | -0,87+0,94=-0,07 | 0,0049 | 7 | -0,39+0,53= 0,14 | 0,0196 |
| 3 | -1,02+0,94=-0,08 | 0,0064 | 7 | -0,69+0,53= -0,16 | 0,0256 |
| 4 | -0,82+0,90=0,08 | 0,0064 | 8 | -0,67+0,50= -0,17 | 0,0288 |
| 4 | -0,98+0,90=0,08 | 0,0064 | 8 | -0,35+0,50= 0,15 | 0,0255 |
| Разом: $S_v^2 = 0,291$ | | | | | |

Дисперсію відтворюваності визначають так:

$$S^2\{Y\} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^r (Y_{vj} - \bar{Y})^2}{N(r-1)} = \frac{0,291}{8(2-1)} = 0,0364; \quad S\{Y\} = \pm \sqrt{0,0364} = \pm 0,191.$$

10. Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Кохрена

Розрахунок критерію Кохрена:

$$G = \frac{S_{v_{\max}}^2}{S_v^2} = \frac{0,0781}{0,291} = 0,268$$

Критичне значення Кохрена $G_{кр} = 0,6798$ (визначене за табл. Б2 додатка Б для ступеня свободи $f_{v_{\max}} = (r-1) = 2-1=1$, $f_1 = N = 8$, $\alpha = 0,05$).

Гіпотеза однорідності дисперсії приймається - $G < G_{кр}$.

11. Перевірка значущості коефіцієнтів регресії.

Дисперсія коефіцієнтів регресії:

$$S^2\{b_i\} = \frac{S^2\{F\}}{N \cdot r} = \frac{0.0364}{8 \cdot 2} = 0.0023; \quad S\{b_i\} = \pm\sqrt{0.0023} = \pm 0.048.$$

Табличне значення критерія Стюдента $t_{\alpha/2} = 2.306$ (визначене за таблицею Б2 додатка Б для ступеня свободи $f_E = N(r-1) = 8(2-1) = 8$ та $\alpha = 0,05$).

Половина довжини довірчого інтервалу:

$$\Delta b_i = t_{\alpha/2} \cdot S\{b_i\} = 2.306 \cdot 0.048 = 0.1107.$$

Коефіцієнт рівняння регресії вважають значимим, якщо виконується умова:

$$|b_i| \geq \Delta b_i$$

Значимі коефіцієнти регресії:

$$|b_0| = 0,321; \quad |b_2| = 0,396; \quad |b_{23}| = 0,111$$

До значимих коефіцієнтів долучаємо коефіцієнт $|b_1| = 0,0288$ як такий що, відображає вплив одного з параметрів режимів різання.

12. Рівняння регресії з кодових змінних

отримано з (6) шляхом вилучення не значимих коефіцієнтів:

$$Y = -0,321 + 0,288 \cdot X_1 + 0,396 \cdot X_2 + 0,111 \cdot X_3.$$

13. Перевірка адекватності моделі.

Визначення розрахункових середніх значень після підставлення в (7) значень +1 та -1 відповідно до матриці планування:

$$\bar{Y}_1 = -0,321 + 0,0288 \cdot (+1) + 0,396 \cdot (+1) + 0,111 \cdot (+1) \cdot (+1) = 0,2148;$$

$$\bar{Y}_2 = -0,321 + 0,0288 \cdot (-1) + 0,396 \cdot (+1) + 0,111 \cdot (+1) \cdot (+1) = 0,1572;$$

$$\bar{Y}_3 = -0,321 + 0,0288 \cdot (+1) + 0,396 \cdot (-1) + 0,111 \cdot (-1) \cdot (+1) = -0,7992;$$

$$\bar{Y}_4 = -0,321 + 0,0288 \cdot (-1) + 0,396 \cdot (-1) + 0,111 \cdot (-1) \cdot (+1) = -0,8568;$$

$$\bar{Y}_5 = -0,321 + 0,0288 \cdot (+1) + 0,396 \cdot (+1) + 0,111 \cdot (+1) \cdot (-1) = -0,0072;$$

$$\bar{Y}_6 = -0,321 + 0,0288 \cdot (-1) + 0,396 \cdot (+1) + 0,111 \cdot (+1) \cdot (-1) = -0,0648;$$

$$\bar{Y}_7 = -0,321 + 0,0288 \cdot (+1) + 0,396 \cdot (-1) + 0,111 \cdot (-1) \cdot (-1) = -0,577;$$

$$\bar{Y}_8 = -0,321 + 0,0288 \cdot (-1) + 0,396 \cdot (-1) + 0,111 \cdot (-1) \cdot (-1) = -0,6348.$$

Вихідні дані для дисперсії адекватності наведенні у табл. 4.

Дисперсія адекватності моделі:

$$S_{ад}^2 = \frac{r}{N-m} \sum_{v=1}^N (\bar{Y}_v - Y_v)^2 = \frac{2}{8-4} \cdot 0,09012 = 0,04506.$$

де m - число членів кінцевого апроксимуючого полінома (прийнято $m=4$).

Розрахунковий критерій Фішера

$$F = \frac{S_{\omega}^2}{S^2\{Y\}} = \frac{0,04506}{0,0364} = 1,238$$

Табличне (критичне) значення критерія Фішера: $F_{\text{кр}} = 3,84$ знаходиться за таблиці БЗ додатку Б для ступеней свободи:

$$f_{\omega} = N - m = 8 - 4 = 4; f_{\Sigma} = N \cdot (r - 1) = 8 \cdot (2 - 1) = 8; \alpha = 0,05.$$

Умова $F < F_{\text{кр}}$ - виконується. Модель (6)- адекватна.

Таблиця 4 -Розрахунок дисперсії адекватності

| № дослідів | \bar{Y}_v | \bar{Y}_v | $(\bar{Y}_v - \bar{Y})$ | $(\bar{Y}_v - \bar{Y})^2$ |
|------------|-------------|-------------|-------------------------|---------------------------|
| 1 | 0,13 | 0,2148 | -0,0848 | 0,0072 |
| 2 | 0,06 | 0,1572 | -0,0972 | 0,0094 |
| 3 | -0,94 | 0,7992 | -0,1408 | 0,0198 |
| 4 | -0,90 | -0,8568 | -0,0432 | 0,0019 |
| 5 | 0,17 | -0,0072 | 0,1772 | 0,0314 |
| 6 | -0,06 | -0,0648 | 0,0048 | 0,00002 |
| 7 | -0,53 | -0,577 | 0,048 | 0,0022 |
| 8 | -0,50 | -0,6348 | 0,1348 | 0,0182 |
| Разом | | | | 0,09012 |

14. Визначення коефіцієнта множинної кореляції R

Середню величину значень функції визначено за експериментальними даними:

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N \bar{Y}_v = \frac{1}{8} (0,13 + 0,06 - 0,94 - 0,90 + 0,17 - 0,06 - 0,53 - 0,50) = 0,32$$

Вихідні дані для розрахунку R наведені в табл. 5.

Отже

$$\sum_{v=1}^N (\bar{Y}_v - \bar{Y}_v)^2 = 0,09012 \quad (\text{див. табл. 4})$$

$$\sum_{v=1}^N (\bar{Y}_v - \bar{Y})^2 = 1,4519 \quad (\text{див. табл. 5})$$

Коефіцієнт множинної кореляції

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{Y}_v - Y_v)^2}{\sum_{i=1}^n (\bar{Y}_v - \bar{Y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{0,09012}{1,4519}} = 0,9685$$

Таблиця 5 - Розрахунок коефіцієнта множинної кореляції

| № дослідю | \bar{Y}_v | $(\bar{Y}_v - \bar{Y})$ | $(\bar{Y}_v - \bar{Y})^2$ |
|-----------|-------------|-------------------------|---------------------------|
| 1 | 0,13 | 0,45 | 0,2025 |
| 2 | 0,06 | 0,38 | 0,1444 |
| 3 | -0,94 | -0,62 | 0,3844 |
| 4 | -0,90 | 0,58 | 0,3364 |
| 5 | 0,17 | 0,49 | 0,2401 |
| 6 | -0,06 | -0,26 | 0,0676 |
| 7 | -0,53 | -0,21 | 0,0441 |
| 8 | -0,50 | -0,18 | 0,0324 |
| Разом | | | 1,4519 |

Коефіцієнт R за величиною наближається до 1- рівня регресії (7) практично повністю описує результати експерименту.

15. Модель тонкого точіння в натуральних змінних.

До моделі в натуральних змінних переходять, підставляючи вирази (3) в рівняння регресії (7).

$$\ln Ra = -0,321 + 0,0288(2,19 \cdot \ln V - 10,1) + 0,396 \cdot (1,77 \cdot \ln S + 3,86) + 0,111(1,77 \cdot \ln S + 3,86)(0,866 \cdot \ln t + 1,6);$$

$$\ln Ra = 1,6 + 0,0631 \cdot \ln V + 1,0153 \cdot \ln S + (0,1702 \cdot \ln S + 0,3711) \cdot \ln t$$

$$\text{або } \ln \bar{Ra} = \ln e^{1,6} + \ln V^{0,0631} + \ln t^{0,3711+0,1702 \ln S} + \ln S^{1,0153}$$

Модель процесу тонкого точіння для потенціювання попереднього виразу.

$$\bar{Ra} = \exp 1,6 \cdot V^{0,0631} \cdot S^{1,0153} \cdot t^{0,3711+0,1702 \ln S}$$

16. Аналіз впливу параметрів процесу на шорсткість оброблюваної поверхні.

За величиною за знаком коефіцієнтів рівняння регресії (7) встановлено що підвищення швидкості та подачі спричиняє зростання $\ln \bar{Ra}$; причому $\ln \bar{Ra}$ залежить головним чином від подачі; вплив швидкості – несуттєвий; розміщення факторів S та t одночасно на верхніх або нижніх рівнях інтервалу їх зміни спричиняє

зростання $\ln \bar{Ra}$ (у цьому випадку отримується додатній добуток кодкових параметрів $X_2 \cdot X_3$, оскільки $b_{23} > 0$).

4 КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Теоретичні основи методу математичного планування експерименту в технологічних дослідженнях.
2. Побудова моделей технологічного процесу на основі повного дробового факторного планування експериментів.
3. Статистичний аналіз отриманих емпіричних залежностей.
4. Нелінійне багатофакторне планування.
5. Оцінювання впливу факторів на досліджуваній параметрза допомогою критерію Фішера.

5 ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Гліненко Л.К., Смердов А.А., Вибойшик О.М. Моделювання евристичних задач проектування. - Львів: ПП "Телемаркет", 1997. —222
2. Зелінський А.М. Основи математичного моделювання. - К.: НМК ВО. 1992. - 220 с.
3. Математические методы в технологических исследованиях / З.В. Рыжов, О.А. Горленко. -К.: Наук. Думка, 1990. - 184 с.
4. Моделювання технічних систем: Навч. посібник / З.А.Стоцько. - К.: НМК ВО, 1992. - 132 с.
5. Пальчевський Б.О. Дослідження технологічних систем (моделювання, проектування, оптимізія): Навч. посібник. - Львів. Світ, 2001. - 282 с.
6. Половинкин А.И. Основы инженерного творчества. -М.: Машиностроение, 1988.-368 С.
7. Пляскин И.И. Оптимизация технических решений в машиностроении. - М.: Машиностроение, 1982. - 176 с.
8. Струтинський В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: Підручник. - Житомир: ЖІТІ, 2001. - 612 с.
9. Гехника ФСА / Е.И. Голибардов. А.В. Кудрявцев. М.И. Синенко. - К.: Техника, 1989. - 239 с.

Зміст звіту

1. Назва роботи.
2. Мета роботи.
3. Розрахунки значень заданих прикладів.
4. Висновки.
5. Література.

ДОДАТОК А

Матриці планування експериментів

Таблиця А1 - Матриця плану експерименту типу 2^3
(повний факторний експеримент)

| № дослід | Фактори | | | | | | | | Експериментально визначені параметри | | |
|-------------|---------|-------|-------|-------|-----------|-----------|-----------|---------------|---|----------|-------------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | X_3 | $X_1 X_2$ | $X_1 X_3$ | $X_2 X_3$ | $X_1 X_2 X_3$ | Y_{11} | Y_{21} | \bar{Y}_1 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | Y_{11} | Y_{21} | \bar{Y}_1 |
| 2 | +1 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | Y_{12} | Y_{22} | \bar{Y}_2 |
| 3 | +1 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | Y_{13} | Y_{23} | \bar{Y}_3 |
| 4 | +1 | -1 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | Y_{14} | Y_{24} | \bar{Y}_4 |
| 5 | +1 | +1 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | -1 | Y_{15} | Y_{25} | \bar{Y}_5 |
| 6 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | +1 | Y_{16} | Y_{26} | \bar{Y}_6 |
| 7 | +1 | +1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | Y_{17} | Y_{27} | \bar{Y}_7 |
| 8 | +1 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | -1 | Y_{18} | Y_{27} | \bar{Y}_8 |

Таблиця А2 - Матриця плану експерименту типу 2^{4-1}
(дробовий факторний експеримент)

| № дослід | Фактори | | | | | | | | Експериментально визначені параметри | | |
|-------------|---------|-------|-------|-------|-------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|---|----------|-------------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | $X_1 X_2$ або $X_3 X_4$ | $X_1 X_3$ або $X_2 X_4$ | $X_2 X_3$ або $X_1 X_4$ | Y_{11} | Y_{21} | \bar{Y}_1 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | Y_{11} | Y_{21} | \bar{Y}_1 |
| 2 | +1 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | -1 | +1 | Y_{12} | Y_{22} | \bar{Y}_2 |
| 3 | +1 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | Y_{13} | Y_{23} | \bar{Y}_3 |
| 4 | +1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | -1 | -1 | Y_{14} | Y_{24} | \bar{Y}_4 |
| 5 | +1 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | -1 | Y_{15} | Y_{25} | \bar{Y}_5 |
| 6 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | -1 | Y_{16} | Y_{26} | \bar{Y}_6 |
| 7 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | Y_{17} | Y_{27} | \bar{Y}_7 |
| 8 | +1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | Y_{18} | Y_{27} | \bar{Y}_8 |

Таблиця А3 - Матриця плану експерименту типу 2^{5-2}
(дробовий факторний експеримент)

| № дослідку | Фактори | | | | | | | Експериментально визначені параметри | | | |
|---------------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|--|--|----------|----------|-------------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | $X_1 X_3 =$ $= X_3 X_4 =$ $= X_2 X_3 X_5 =$ $= X_1 X_4 X_5$ | $X_2 X_3 =$ $= X_1 X_4 =$ $= X_1 X_3 X_5 =$ $= X_2 X_4 X_5$ | Y_{1i} | Y_{2i} | \bar{Y}_i |
| 1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | Y_{11} | Y_{21} | \bar{Y}_1 |
| 2 | +1 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | -1 | +1 | Y_{12} | Y_{22} | \bar{Y}_2 |
| 3 | +1 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | Y_{13} | Y_{23} | \bar{Y}_3 |
| 4 | +1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | -1 | -1 | Y_{14} | Y_{24} | \bar{Y}_4 |
| 5 | +1 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | -1 | Y_{15} | Y_{25} | \bar{Y}_5 |
| 6 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | -1 | Y_{16} | Y_{26} | \bar{Y}_6 |
| 7 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | Y_{17} | Y_{27} | \bar{Y}_7 |
| 8 | +1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | Y_{18} | Y_{27} | \bar{Y}_8 |

Таблиця А4 - Матриця плану експерименту типу 2^{6-3}
(дробовий факторний експеримент)

| № дослідку | Фактори | | | | | | | Експериментально визначені параметри | | | |
|---------------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|----------|----------|-------------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | X_6 | $X_2 X_3 =$ $= X_1 X_4 =$ $= X_1 X_3 X_6 =$ $= X_1 X_3 X_5$ | Y_{1i} | Y_{2i} | \bar{Y}_i |
| 1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | Y_{11} | Y_{21} | \bar{Y}_1 |
| 2 | +1 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | -1 | +1 | Y_{12} | Y_{22} | \bar{Y}_2 |
| 3 | +1 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | Y_{13} | Y_{23} | \bar{Y}_3 |
| 4 | +1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | -1 | -1 | Y_{14} | Y_{24} | \bar{Y}_4 |
| 5 | +1 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | -1 | Y_{15} | Y_{25} | \bar{Y}_5 |
| 6 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | -1 | Y_{16} | Y_{26} | \bar{Y}_6 |
| 7 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | Y_{17} | Y_{27} | \bar{Y}_7 |
| 8 | +1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | Y_{18} | Y_{27} | \bar{Y}_8 |

ДОДАТОК Б

Статистичні показники

Таблиця Б1 - Критерій Кохрена – G для рівня значимості
 $\alpha = 0,05$ (вибірково)

| | f | | | | | | | |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 2 | 0,9985 | 0,9750 | 0,9392 | 0,9057 | 0,8772 | 0,8534 | 0,8332 | 0,8159 |
| 3 | 0,9686 | 0,8709 | 0,7977 | 0,7457 | 0,7071 | 0,6771 | 0,6530 | 0,6333 |
| 4 | 0,9065 | 0,7679 | 0,6814 | 0,6287 | 0,5895 | 0,5598 | 0,5365 | 0,5175 |
| 5 | 0,8412 | 0,6838 | 0,5981 | 0,5441 | 0,5056 | 0,4783 | 0,4564 | 0,4387 |
| 6 | 0,7808 | 0,6161 | 0,5321 | 0,4803 | 0,4447 | 0,4184 | 0,3980 | 0,3817 |
| 7 | 0,7271 | 0,5612 | 0,4800 | 0,4307 | 0,3974 | 0,3726 | 0,3535 | 0,3384 |
| 8 | 0,6798 | 0,5157 | 0,4377 | 0,3910 | 0,3595 | 0,3362 | 0,3185 | 0,3043 |
| 9 | 0,6395 | 0,4775 | 0,4027 | 0,3584 | 0,3286 | 0,3067 | 0,2901 | 0,2768 |
| 10 | 0,6020 | 0,4450 | 0,3733 | 0,3311 | 0,3029 | 0,2823 | 0,2666 | 0,2541 |
| 12 | 0,5410 | 0,3924 | 0,3264 | 0,2880 | 0,2624 | 0,2439 | 0,2299 | 0,2187 |
| 15 | 0,4709 | 0,3346 | 0,2758 | 0,2419 | 0,2195 | 0,2034 | 0,1911 | 0,1815 |

Таблиця Б2 - Критерій Стюдента - t

| f | α | | f | α | | f | α | |
|-----|----------|------|-----|----------|------|-----|----------|------|
| | 0,05 | 0,01 | | 0,05 | 0,01 | | 0,05 | 0,01 |
| 2 | 4,3 | 9,93 | 7 | 2,37 | 3,5 | 12 | 2,18 | 3,06 |
| 3 | 3,18 | 5,85 | 8 | 2,31 | 3,36 | 13 | 2,16 | 3,01 |
| 4 | 2,78 | 4,6 | 9 | 2,26 | 3,25 | 14 | 2,15 | 2,98 |
| 5 | 2,57 | 4,03 | 10 | 2,23 | 3,17 | 15 | 2,13 | 2,95 |
| 6 | 2,45 | 3,71 | 11 | 2,2 | 3,11 | 16 | 2,12 | 2,92 |

Таблиця Б3 - Критерій Фішера - F для рівня значимості
 $\alpha = 0,05$ (вибірково)

| f_E (для меншої дисперсії) | $f_{\alpha 0}$ (для більшої дисперсії) | | | | | | | |
|---------------------------------|---|------|------|------|------|------|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,88 | 8,84 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,59 |

