

5. 5. Методичні вказівки до виконання задачі 4

У колах змінного струму пасивні елементи при наявності в них індуктивності або ємності володіють індуктивним X_L або ємнісним X_C опором.

Активний опір зумовлений перешкодою струму з боку матеріалу провідника. Такий опір властивий провідникам, електричним лампочкам розжарення, нагрівальним приладам та іншим пристроям, індуктивність і ємність яких настільки мала, що нею можна знехтувати.

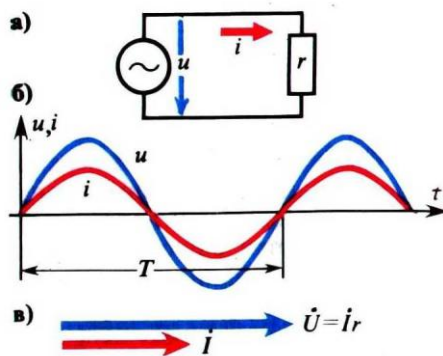


Рис. 5.5. – Активний опір в колі змінного струму

Найпростіші процеси відбуваються в колі змінного струму, що містить один резистор з опором r (рис. 5.5). Струм створюється в колі тільки дією напруги джерела енергії і при синусоїдальній напрузі $u = U_m \sin \omega t$ струм буде

$$i = \frac{u}{r} = \frac{U_m}{r} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

Звичайно опір r достатньо постійний, тому струм у колі, що містить тільки резистор, збігається по фазі з напругою. На часовій діаграмі криві u і i одночасно проходять через нульові й амплітудні значення (рис. 5.5, б). Максимальне значення струму $I_m = U_m/r$, що являється виразом закону Ома для амплітудних значень, і так як $I_m = \sqrt{2}I$ і $U_m = \sqrt{2}U$, то й аналогічний вираз одержимо і для діючих значень:

$$I = U/r$$

Ця формула не відрізняється від виразу закону Ома для постійного струму. Але в колі змінного струму опір r називається активним опором. На векторній діаграмі вектори напруги і струму розглянутого кола збігаються за напрямком (рис. 5.5, в).

У будь-якому електричному колі навколо струмоведучих провідників утворюється магнітне поле, отже, електричне коло завжди має індуктивність, тому що $L = \psi/i$ (рис. 5.6, тут ψ - потокозщеплення кола).

При наявності в колі r і L струм у ній створюється спільною дією напруги джерела енергії й ерс самоіндукції, тобто, $i = \frac{u + e_L}{r}$. При постійному струмі ЕРС самоіндукції виникає лише при вмиканні і вимиканні струму і при його змінах.

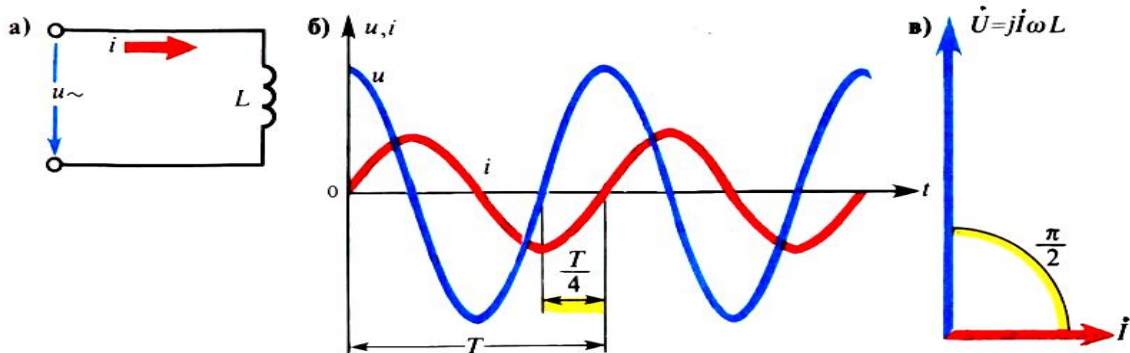


Рис. 5.6. Коло з індуктивністю

Інші умови при змінному струмі: періодичні зміни струму створюють ерс самоіндукції, що періодично змінюється

$$e_L = -L \frac{di}{dt}$$

У випадку синусоїдального струму $i = I_m \sin \omega t$ ЕРС самоіндукції

$$e_L = -LI_m \frac{d \sin \omega t}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = I_m \omega \cos \omega t$$

Отже, миттєве значення ерс самоіндукції в колі синусоїдального струму буде:

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -I_m \omega L \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

ЕРС самоіндукції зображується синусоїдальною кривою, що відстає від кривої струму на чверть періоду. Якщо в колі змінного струму ir мале настільки, що їм можна знехтувати, то

$$u = ir + (-e_L) = -e_L = L \frac{di}{dt} = I_m \omega L \cos \omega t$$

тобто у такого кола (рис. 5.6, а) напруга по фазі випереджає струм на чверть періоду (рис. 5.6, б). У цьому випадку $U_m = I_m \omega L$ або, розділивши цей вираз на $\sqrt{2}$, одержимо для діючого значення струму такий вираз закону Ома:

$$I = \frac{U}{\omega L}$$

В цьому виразі величина ωL відіграє роль опору. Її розмірність та ж, що й опору, тому що розмірність кутової частоти $[\omega] = 1/c$, а одиниці індуктивності Генрі-Ом•секунда. Величина ωL називається індуктивним

опором, вона часто скорочено позначається X або X_L .

Індуктивний опір - це величина, яка враховує перешкоду струму з боку EPC самоіндукції, яка виникає в елементах кола з індуктивністю. Він залежить від індуктивності елемента кола L , який формує магнітне поле в навколишньому середовищі частоти f :

$$X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

За допомогою такого умовного опору при розрахунках враховується протидія EPC самоіндукції періодичним змінам змінного струму. Індуктивний опір пропорційно частоті цього струму і при постійному струмі дорівнює нулю. Тому не можна включати під постійну напругу багато апаратів і машин змінного струму: при змінному струмі вони мають великий індуктивний опір, а їхній опір постійному струму відносно малий. При вмиканні в коло постійного струму в обмотках може виникнути великий постійний струм, що руйнує їх своєю тепловою дією (наприклад, так можна «спалити» первинну обмотку трансформатора в радіоприймачі). Вектор напруги U ідеальної індуктивної котушки випереджає по фазі вектор струму I на $\pi/2$, а вектор EPC самоіндукції E_L в цьому випадку дорівнює по величині і протилежний по фазі вектору напруги \dot{U} .

Векторна діаграма струму і напруги для кола, що характеризується тільки індуктивністю, подані на рис. 5.6, в. Це означає, що якщо зобразити вектор струму на комплексній площині і направити його по осі дійсних чисел, то вектор напруги буде спрямований по осі уявних чисел. Відношення комплексної напруги до комплексного струму являє собою уявне число, рівне індуктивному опоріві, тобто $\dot{U}/\dot{I} = j\omega L$.

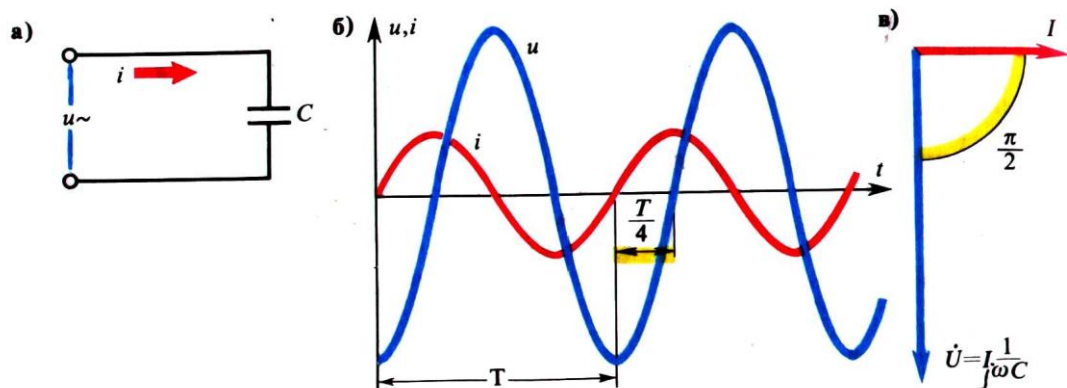


Рис. 5.7. Електричне коло з ємністю

У електричному колі, що характеризується тільки ємністю (рис. 5.7, а),

наприклад, при наявності лише конденсатора, змінна синусоїдальна напруга $u = U_m \sin \omega t$ змінює періодично заряд конденсатора: $q = Cu = C U_m \sin \omega t$.

Зміни заряду створюють змінний струм у проводах, що з'єднують конденсатор із джерелом напруги, тому що при збільшенні заряду в проводах електрони будуть переміщатися в одному напрямку, а при зменшенні заряду - в оберненому напрямку. Якби заряд змінювався рівномірно, то $i = q/t$. Але заряд змінюється нерівномірно, тоді $i = dq/dt$, тут dq - мала зміна заряду за дуже малий проміжок часу dt . Ємність C - величина постійна, тому $dq = CdU$,

$$\text{а так як } u = U_m \sin \omega t, \text{ то } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = CU_m \frac{d \sin \omega t}{dt}.$$

Як уже вище було показано $\frac{d \sin \omega t}{dt} = \omega \cos \omega t$, на основі чого

$$i = U_m \omega C \cos \omega t = U_m \omega C \sin(\omega t + \pi/2).$$

Отже, у кола з конденсатором має місце синусоїдальний змінний струм, що випереджає по фазі напругу на чверть періоду (рис. 5.7, б). У правій частині формули для струму тільки $\cos \omega t$ залежить від часу. Прирівнявши $\cos \omega t = 1$, знайдемо максимальне значення струму $I_m = U_m \omega C$. Щоб перейти до діючих значень, розділимо останній вираз на $\sqrt{2}$ і перепишемо в такому вигляді:

$$I = \frac{U}{1/\omega C}$$

Це рівняння закону Ома для кола змінного струму, що містить тільки ємність. Знаменник виразу $1/\omega C$ має розмірність опору і називається ємнісним опором X_c . Ємнісний опір зменшується зі збільшенням частоти змінного струму на протилежному індуктивному опорі.

Вектор ємнісного струму випереджає по фазі вектор напруги, іншими словами, вектор напруги на конденсаторі відстає від вектора струму на $\pi/2$.

Якщо зобразити вектори струму і напруги на комплексній площині (рис 5.7, в), направивши вектор струму по осі дійсних чисел, то можна бачити, що комплексний опір кола з конденсатором

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = -\frac{j}{\omega C}$$

Ємнісний опір - це величина, яка враховує вплив ємності на величину струму в колі. Він залежить від ємності елемента кола C , який накопичує електричні заряди і формує електричне поле в діелектрику, частоти змінного струму f :

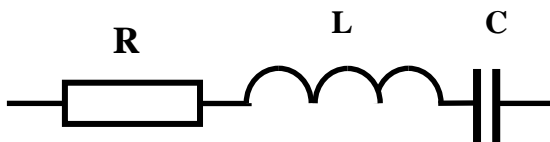


Рис. 5.8. Послідовне з'єднання R, L, C

$$X_c = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Якщо в колі з послідовно з'єднаними реостатом, котушкою індуктивності і батареєю конденсаторів (рис. 5.8) підведена

напруга U , то по всіх елементах проходить один і той же струм I . Цей струм на кожній ділянці створює падіння напруги. Так, напруга на активному опорі r буде дорівнювати:

$$U_a = I r$$

Ця напруга співпадає за фазою зі струмом. Напруга на котушці індуктивності:

$$U = I \cdot Z_k = I \cdot \sqrt{R_k^2 + X_l^2} = \sqrt{U_{ka}^2 + U_l^2},$$

де Z_k , R_k і X_l -відповідно повний активний і індуктивний опір котушки; U_{ka} і U_l - відповідно активна і індуктивна складова напруги на котушці.

Активна складова напруга на котушці U_{ka} співпадає за фазою зі струмом, а індуктивна U_l -випереджує струм на 90° . Тому напруга на котушці випереджає струм на деякий кут. Напруга на батареї конденсаторів:

$$U_c = I \cdot X_c,$$

де X_c -ємнісний опір батареї конденсаторів. Ця напруга відстає за фазою від струму на 90° . Ємнісна і індуктивна складова напруги знаходяться між

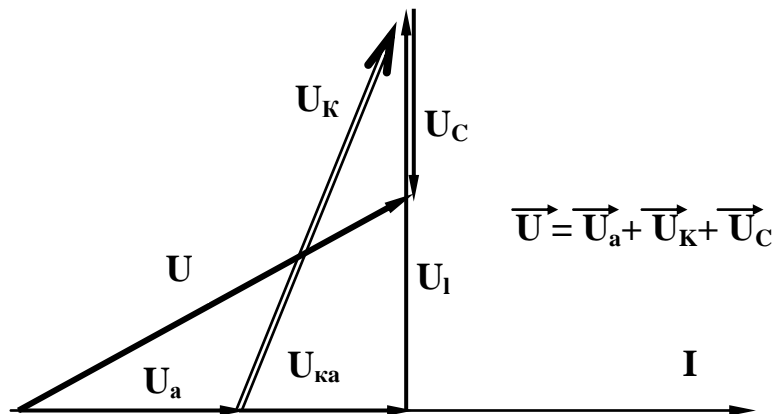


Рис. 5.9. Векторна діаграма напруг

собою у протифазі. Підведена до кола напруга U є геометрична сума напруг на окремих ділянках, тобто:

$$\vec{U} = \vec{U}_a + \vec{U}_k + \vec{U}_c = \vec{U}_a + \vec{U}_{ka} + \vec{U}_l + \vec{U}_c,$$

На рисунку 5.9 зображена векторна діаграма напруги і струмів кола, відтворюючи наведений вище вираз. Наведена діаграма для випадку, коли $U_l > U_c$.

Побудова векторної діаграми здійснюється в такій послідовності. Вибирають зручні для побудови масштаби струму і напруги; у вибраному масштабі з початку координат в будь-якому напрямі (звичайно горизонтально) відкладають вектор струму. З тієї ж точки в масштабі напруги в напрямку вектора струму відкладають вектор напруги на активному опорі U_a . З кінця вектора в тому ж напрямку будують вектор активної складової напруги на котушці $U_{ka} = I r_k$. З кінця цього вектора вертикально догори (з випередженням на 90 градусів) будують вектор індуктивної складової напруги на котушці $U_l = I X_l$, з кінця якого в зворотньому напрямку (вертикально донизу) відкладають вектор напруги на батареї конденсаторів

U_c . Замикаючий вектор, який з'єднує початок вектора U_a і кінець вектора U_l - є вектором підведеної до кола напруги U .

Із векторної діаграми видно, що:

$$\vec{U} = \sqrt{(\vec{U}_a + \vec{U}_{ka})^2 + (\vec{U}_l + \vec{U}_c)^2}, \text{ або}$$

$$U = \sqrt{(I \cdot r + I \cdot R_k)^2 + (I \cdot X_l - I \cdot X_c)^2} = \sqrt{I^2 \cdot R^2 + I^2 \cdot (X_l - X_c)^2} = I \cdot Z,$$

де R і Z - відповідно активний і повний опір кола.

У колі в послідовному з'єднанні r , L і C можливі три режими:

1. $X_l > X_c$. У цьому випадку індуктивна напруга U_l більше ємнісного U_c . Струм I в колі відстає від підведеної напруги U на деякий кут, який менший 90 градусів;
2. $X_l = X_c$. У цьому випадку індуктивна і ємнісна напруга рівні. Струм має максимальне значення, так як обмежується тільки активним опором кола. Напруга на батареї конденсаторів U_c і на котушці U_x може досягати значень, значно перебільшуючи підведену до кола напруги U . Дане явище називається резонансом напруги. Умовами виникнення резонансу напруги є:
 - послідовне з'єднання котушки та конденсатора;
 - наявності джерела змінної напруги постійної частоти;
 - рівність індуктивного і ємнісного опорів: $X_l = X_c$.
3. $X_l < X_c$. У цьому разі індуктивна напруга U_l менша ємнісної U_c . Струм в колі випереджує за фазою прикладену напругу на деякий кут $< 90^\circ$.

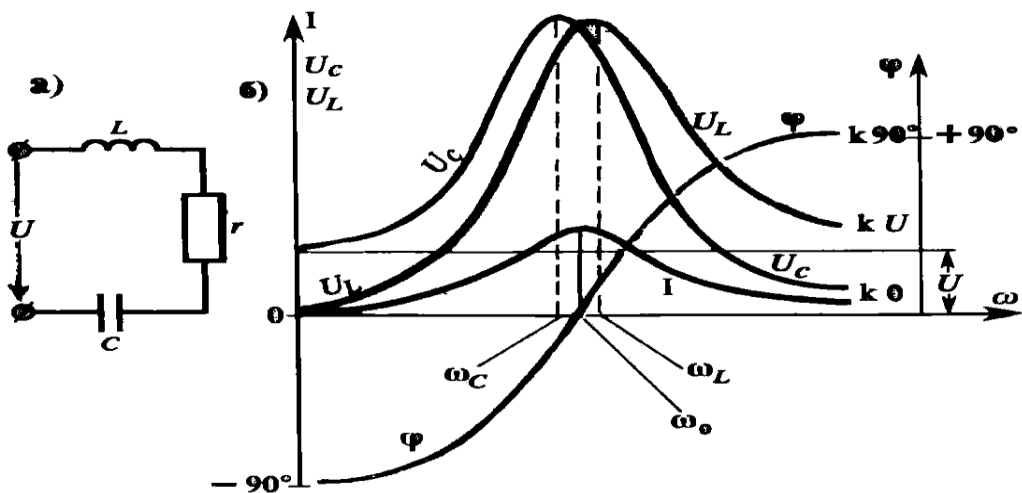


Рис. 5.10. Характеристики резонансних явищ в колі з R , L , C .

