НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОТЕХНОЛОГІЙ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ

Факультет інформаційних технологій

Кафедра комп'ютерних наук

Терія розпізнавання образів та класифікація в системах штучного інтелекту

Лабораторна робота №4

«Дослідження Б**айєсовської процедури в розпізнаванні образів»**

(4 години)

Київ - 2025

Мета роботи: Засвоєння базових знань щодо статистичних методів розпізнавання образів на основі байєсовських процедур і метода Байєса. Розробка програмної системи, що реалізує розпізнавання образів на основі зазначеного методу. Дослідження розробленої системи. Отримання практичних навичок з розробки програмних ситем розпізнавання образів..

Підготовка до роботи: Вивчити і уяснити теретичні відомості щодо способів класифікації образів на основі методу розподиляючих функцій.

Завдання:

1. Розробити програмний додаток на мові програмування C/C++ в середовищі розробки MS Visual Studio, що реалізує процес розпізнавання образів на основі байєсовських процедур і метода Байєса.
2. Дослідити властивості статистичних методів розпізнавання образів на основі байєсовських процедур і метода Байєса за допомогою розробленого програмного додатку на прикладах рішення задач класифікації. В якості похідних даних при дослідженні властивостей методу використати приклад, що наведений в матеріалах методичної розробки до лабораторної роботи і довільний власний приклад, якій було використано при дослідженні в лабораторних роботах №1, №2 і №3.
3. За результатами досліджень скласти звіт з описом отриманих результатів та обґрунтованими висновками.
4. За результатами досліджень скласти звіт з поясненням проміжних результатів процесу вирішення задач класифікації та сформулювати обґрунтовані висновки щодо отриманих результатів дослідження.
5. Порівняти і обґрунтувати результати проведеного дослідження з результатами дослідження, що були отримані при виконанні дослідження в лабораторних роботах №1, №2 і №3.

Зміст звіту:

1. Назва та мета роботи.
2. Теоретичні відомості.
3. Відкоментований похідний код програмного додатку для дослідження статистичних методів розпізнавання образів на основі байєсовських процедур і метода Байєса на мові C/C++ в середовищі розробки MS Visual Studio.
4. Скрин-шоти роботи програмного додатку з поясненнями щодо отриманих проміжних результатів вирішення задач класифікації і обґрунтуванням отриманих результатів дослідження.

5. Порівняти і обґрунтувати результати проведеного дослідження з результатами дослідження, що були отримані в лабораторній роботі №1, №2 і №3. Похідний програмний код з коментарями.
6. Сформулювати висновки щодо отриманих результатів дослідження методу потенційних функцій при вирішенні задач класифікації.

Теоретичні відомості

1. Байєсовські процедури

Визначимо n_o класів Ω_1, ..., Ω_{no}, А також Р (Ω_i / X), i = 1,2, ..., K - ймовірність того, що невідомий образ, що представляється вектором ознак x, належить класу Ω_i. Р (Ω_i / X) називається апостеріорної ймовірністю, оскільки задає розподіл індексу класу після експерименту (a posteriori - тобто після того, як значення вектора ознак x було отримано).

Розглянемо випадок двох класів Ω_1 і Ω_2. Природно вибрати вирішальне правило таким чином: об'єкт відносимо до того класу, для якого апостеріорна ймовірність вище. Таке правило класифікації по максимуму апостеріорної ймовірності називається Байєсова: якщо
Р (Ω_1 / X)> Р (Ω_2 / X), то x класифікується в Ω_1 , Інакше в Ω_2. Таким чином, для байєсівського вирішального правила необхідно отримати апостеріорні ймовірності Р (Ω_i/ X), i = 1,2. Це можна зробити за допомогою формули Байєса. Формула Байєса, отримана Т. Байєса в 1763 році, дозволяє обчислити апостеріорні ймовірності подій через апріорні ймовірності і функції правдоподібності.

$$p(\Omega_k / x_i) = \frac{P(\Omega_k) p(x_i / \Omega_k)}{\sum_{j=1}^{K} P(\Omega_j) p(x_i / \Omega_j)}.$$

У теорії ймовірностей формулу (8.10) називають **формулою Байєса** для повної системи несумісних подій. У нашому випадку таку систему утворюють рішення про віднесення образу зі значенням вектора ознак xi до одного з no класів.

На відміну від апріорної ймовірності $P(\Omega_k)$, Яка характеризує очікувану частоту появи k-го класу по множині образів в цілому, $p(\Omega_k/X_i)$ - це ймовірність появи k-го класу при конкретному значенні вектора ознак x_i. Цю ймовірність називають **апостеріорною ймовірністю**.

Розглянемо приклад.

Необхідно класифікувати групу образів (людей) X_1 ... X_4 за двома класами Ω_1 - дорослі та Ω_2 - діти.

Нехай образи, що характеризуються векторами ознак, задаються таблицею

	X1	X2	X3	X4
Зріст	180	60	190	40
вага	90	20	100	10

Нехай образи еталони, необхідні для навчання системи розпізнавання задаються векторами ознак. Обчислимо середнє значення Сср за кожною ознакою.

Ω_1	Y1	Y2	Y3	Y4	Сср
Зріст	180	170	200	189	184,75

вага	90	75	110	80	88,75

Ω_2	Y5	Y6	Y7	Y8	Сср
Зріст	100	70	90	40	75
вага	50	20	30	20	30

Нехай P (Ω_1) - очікувана ймовірність появи класу Ω_1. P (Ω_2) - очікувана ймовірність появи класу Ω_2. P (X_i /Ω_k) - ймовірність появи образу X_i за умови приналежності класу Ω_k. P (Ω_k/ X_i) - ймовірність появи класу Ω_k за умови приналежності цього класу способу X_i.

Нехай P (Ω_1) = P (Ω_2) = 4/8 = 0,5
P (X1 /Ω_1) = 0,9
P (X1 /Ω_2) = 0,1
P (X2 /Ω_1) = 0,1
P (X2 /Ω_2) = 0,9
P (X3 /Ω_1) = 1
P (X3 /Ω_2) = 0
P (X4 /Ω_1) = 0
P (X4 /Ω_2) = 1

Підставляючи наведені значення в формулу Байеса, отримаємо

P (Ω_1/ X1) = 0,5 × 0,9 / (0,5 × 0,9 + 0,5 × 0,1) = 0,9
P (Ω_2/ X1) = 0,5 × 0,1 / (0,5 × 0,9 + 0,5 × 0,1) = 0,1
P (Ω_1/ X2) = 0,5 × 0,1 / (0,5 × 0,1 + 0,5 × 0,9) = 0,1
P (Ω_2/ X2) = 0,5 × 0,9 / (0,5 × 0,9 + 0,5 × 0,1) = 0,9
P (Ω_1/ X3) = 0,5 × 1 / (0,5 × 1 + 0,5 × 0) = 1
P (Ω_2/ X3) = 0,5 × 0 / (0,5 × 1 + 0,5 × 0) = 0
P (Ω_1/ X4) = 0,5 × 0 / (0,5 × 0 + 0,5 × 1) = 0
P (Ω_2/ X4) = 0,5 × 1 / (0,5 × 0 + 0,5 × 1) = 1

Виходячи з того, що образ Xi належить тому класу Ω_k. Умовна ймовірність якого P (Ω_k/ Xi) За умови вибору способу Xi вище.

P (Ω_1/ X1)> P (Ω_2/ X1)→ X1 $\in\Omega_1$
P (Ω_2/ X2)> P (Ω_1/ X2)→ X2 $\in\Omega_2$
P (Ω_1/ X3)> P (Ω_2/ X3)→ X3 $\in\Omega_1$
P (Ω_2/ X4)> P (Ω_1/ X4)→ X4 $\in\Omega_2$

Таким чином,
Ω_1 = { X1, X3} Ω_2 = { X2, X4}

2. Метод Байєса

Нехай образи, що характеризуються векторами ознак, задаються таблицею

	X1	X2	X3	X4
Зріст	180	60	190	40
вага	90	20	100	10

Нехай образи еталони, необхідні для навчання системи розпізнавання задаються векторами ознак. Обчислимо середнє значення Сср за кожною ознакою.

Ω_1	Y1	Y2	Y3	Y4	Сср
Зріст	180	170	200	189	184,75
вага	90	75	110	80	88,75

Ω_2	Y5	Y6	Y7	Y8	Сср
Зріст	100	70	90	40	75
вага	50	20	30	20	30

Нехай P (Ω_1) - очікувана ймовірність появи класу Ω_1. P (Ω_2) - очікувана ймовірність появи класу Ω_2. P (Xi /Ω_k) - ймовірність появи образу Xi за умови приналежності класу Ω_k. P (Ω_k/ Xi) - ймовірність появи класу Ω_k за умови приналежності цьому класу образу Xi.

Оцінка центру розсіювання виконується за навчальною вибіркою

$$\mathbf{c}_i \approx \frac{1}{N_i}\sum_{k=1}^{N_i}\mathbf{x}_k\,;$$

C_{11}=(180 + 170+200+189) / 4 =184,75

C_{12} = (90 + 75 + 110 + 80) /4 =88,75

C_{21} = (100+70+90+40) / 4 =75

C_{22} = (50+20+30 + 20) / 4 =30

C_1 = {184,75; 88,75} C_2 = {75; 30}

Оцінка дисперсії виконується за навчальною вибіркою

$$\sigma_i^2 \approx \frac{1}{N_i}\sum_{k=1}^{N_i}\left\|\mathbf{x}_k - \mathbf{c}_i\right\|^2 .$$

σ_1^2= {[(180 - 184,75) ^{2} + (90 - 88,75) ^{2}] + [(170 - 184,75) ^{2} + (75 - 88,75) ^{2}] + [(200 - 184,75) ^{2} + (110 - 88,75) ^{2}] + [(189 - 184,75) ^{2} + (80 - 88,75) ^{2}] }/4= 321,125

σ_2^2= {[(100 - 75) ^{2} + (50 - 30) ^{2}] + [(70 - 75) ^{2} + (20 - 30) ^{2}] + [(90 - 75) ^{2} + (30 - 30) ^{2}] + [(40 - 75) ^{2} + (20 - 30) ^{2}] }/4 =575

$$p(\varpi_i) \approx N_i / N$$

N_i - число елементів належать класу ω_i , N - число всіх елементів.
p (ω_1) = P (ω_2) = 4/8 = 0,5

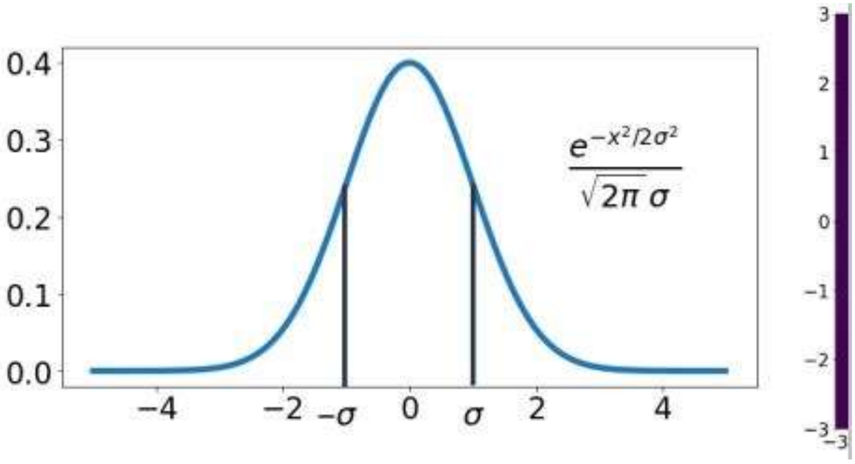
Щільність розподілу образів x в заданому класі ω_i

$$f_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_i^2)^{n/2}} e^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{c}_i\|^2}{2\sigma_i^2}} \quad (i=1,2)$$

Нормальний розподіл

Як простий приклад розглянемо симетричні гаусові (нормальні) розподіли ймовірностей ознак x об'єктів двох класів (k= 1,2) Навколо центрів c_1 і c_2:

$$p(\mathbf{x}|k) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\,\sigma_k^n} \exp\left\{ -\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{c}_k)^2}{2\,\sigma_k^2} \right\}.$$



|| x1 - C1 ||^2 = [(180 - 184,75) ^{2} + (90 - 88,75) ^{2}] =24,125
|| x2 - C1 ||^2 = [(60 - 184,75) ^{2} + (20 - 88,75) ^{2}] = 20289,13
|| x3 - C1 ||^2 = [(190 - 184,75) ^{2} + (100 - 88,75) ^{2}] = 154,125
|| x4 - C1||^2 = [(40 - 184,75) ^{2} + (10 - 88,75) ^{2}] = 27154,13
|| x1 - C2||^2 = [(180 - 75) ^{2} + (90 - 30) ^{2}] = 14625
|| x2 - C2||^2 = [(60 - 75) ^{2} + (20 - 30) ^{2}] =325
|| x3 - C2||^2 = [(190 - 75) ^{2} + (100 - 30) ^{2}] = 18125
|| x4 - C2||^2 = [(40 - 75) ^{2} + (10 - 30) ^{2}] =1625
f1 (x1) = 1 / (2 * 3,14 *321,125) $^{4/2}$ exp ((-24,125/ (2 *321,125)) = 2,3682E-07
f1 (x2) = 1 / (2 * 3,14 *321,125) $^{4/2}$ exp ((-20289,13/ (2 *321,125)) = 4,6889E-21
f1 (x3) = 1 / (2 * 3,14 *321,125) $^{4/2}$ exp ((-154,125/ (2 *321,125)) = 1,9342E-07
f1 (x4) = 1 / (2 * 3,14 *321,125) $^{4/2}$ exp ((-27154,13/ (2 *321,125)) = 1,0688E-25
f2 (x1) = 1 / (2 * 3,14 *625) $^{4/2}$ exp ((-14625/ (2 *625)) = 3,38092E-12
f2 (x2) = 1 / (2 * 3,14 *625) $^{4/2}$ exp ((-325/ (2 *625)) = 3,14314E-07
f2 (x3) = 1 / (2 * 3,14 *625) $^{4/2}$ exp ((-18125/ (2 *625)) = 2,05594E-13
f2 (x4) = 1 / (2 * 3,14 *625) $^{4/2}$ exp ((-1625/ (2 *625)) = 1,11096E-07

Формула повної ймовірності

$$f(\mathbf{x}) = \sum f_k(\mathbf{x}) p_k \, ;$$

f (x1) = f1 (x1) 0,5+ f2 (x1) 0,5 =2,3682E-07 * 0,5 + 3,38092E-12 * 0,5 = 1,1841E-07
f (x2) = f1 (x2) 0,5+ f2 (x2) 0,5 =4,6889E-21 * 0,5 + 33,14314E-07 * 0,5 = 1,5716E-07
f (x3) = f1 (x3) 0,5+ f2 (x3) 0,5 =1,9342E-07 * 0,5 + 2,05594E-13 * 0,5 = 9,6712E-08
f (x4) = f1 (x4) 0,5+ f2 (x4) 0,5 =1,0688E-25* 0,5 +1,11096E-07* 0,5 =5,5548E-08

Формула Байєса

$$p(\varpi_i \mid \mathbf{x}) = \frac{p_i f_i(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})} \, .$$

P (ω_1/ X1) = 0,5 * f1 (x1) / f (x1) = 0,5 *2,3682E-07/1,1841E-07 = 0,999986
P (ω_1/ X2) = 0,5 * f1 (x2) / f (x2) = 0,5 *4,6889E-21/1,5716E-07 = 1,49E-14
P (ω_1/ X3) = 0,5 * f1 (x3) / f (x3) = 0,5 *1,9342E-07/9,6712E-08 = 0,999999
P (ω_1/ X4) = 0,5 * f1 (x4) / f (x4) = 0,5 *1,0688E-25/5,5548E-08 = 9,62E-19
P (ω_2/ X1) = 0,5 * f2 (x1) / f (x1) = 0,5 *3,38092E-12 / 1,1841E-07 = 1,42761E-05
P (ω_2/ X2) = 0,5 * f2 (x2) / f (x2) = 0,5 *3,14314E-07 / 1,5716E-07 = 1
P (ω_2/ X3) = 0,5 * f2 (x3) / f (x3) = 0,5 *2,05594E-13/9,6712E-08 = 1,06291E-06
P (ω_2/ X4) = 0,5 * f2 (x4) / f (x4) = 0,5 *1,11096E-07/5,5548E-08 = 1

ω_1= {X1, X3} ω_2= {X2, X4}

Варіанти завдань

Класифікувати довільні реальні образи (об'єкти) з лабораторних робіт №1, 2 і №3.