

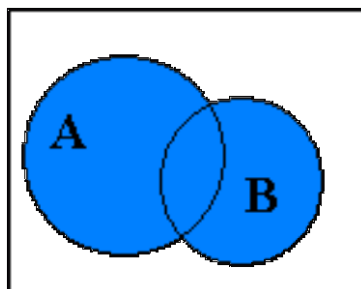
Самостійна робота 1

Тема: Техніка виконання операцій над множинами.

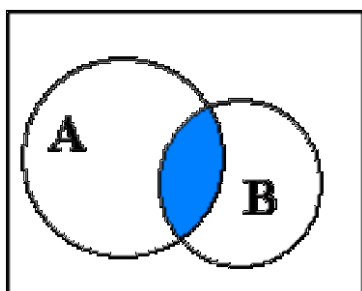
Мета: Навчитися застосовувати на практиці операції над множинами.

Основні операції над множинами

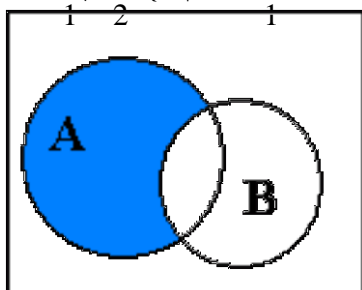
Об'єднанням множин M_1 і M_2 називається множина $M_1 \cup M_2 = \{m | m \in M_1 \text{ чи } m \in M_2\}$.



Перетином множин M_1 і M_2 називається множина $M_1 \cap M_2 = \{m | m \in M_1 \text{ і } m \in M_2\}$.



Множини M_1 і M_2 називаються *диз'юнктними*, якщо $M_1 \cap M_2 = \emptyset$. Різниця множин M_1 і M_2 - це множина $M_1 \setminus M_2 = \{m | m \in M_1 \text{ і } m \notin M_2\}$.



Симетричною різницею множин M_1 і M_2 називається множина $M_1 - M_2 = \{m | m \in M_1 \setminus M_2 \text{ чи } m \in M_2 \setminus M_1\}$.

Приклад 1. Знайти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, якщо:

a) $A = [3,5]$, $B = [2,4]$;

b) $A = [3,5]$, $B = (2,4)$;

Приклад 2. Знайти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, якщо:

c) $A = [3,5]$, $B = [2,4]$;

d) $A = [3,5]$, $B = (2,4)$;

e) $A = (3,5)$, $B = [2,4]$;

f) $A = (3,5)$, $B = (2,4)$.

тут прийнято: $[a,b] = M \{x \in D \mid a \leq x \leq b\}$; $(a,b) = M \{x \in D \mid a < x < b\}$;

Приклад 3. Довести чи спростувати наступні твердження:

g) якщо $A \cap B \subseteq \bar{C}$ і $A \cup C \subseteq B$, то $A \cap C = \emptyset$.

h) якщо $A \subseteq \neg(B \cup C)$ і $B \subseteq \neg(A \cup C)$, то $B = \emptyset$.

i) $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus (B \cup C)$.

j) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$.

k) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})$.

Приклад 4. Довести наступні тотожності:

l) $A \cup (B \setminus A) = A \cup B$;

o) $(C \setminus A) \cap (C \setminus B) = A \cup B \cup C$;

m) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

p) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$;

n) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \cap B) \cup (B \cap A)$;

q) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Приклад 5. В лабораторії науково-дослідного інституту працює кілька людей, причому кожна з них

знає хоча б одну іноземну мову, 6 — англійську, 6 — німецьку, 7 — французьку, 4 — англійську і

німецьку, 3 — німецьку і французьку, 2 — французьку і англійську, одна особа — всі три мови.

Скільки людей працює в лабораторії? Скільки з них знає лише англійську мову? Скільки осіб знає

лише одну мову?

Приклад 6. Скільки чисел серед першої тисячі натуральних чисел не діляться ані на 2, ані на 3, ані на

5, ані на 7?

Приклад 7. Із 30 співробітників англійську мову знають 19, німецьку — 17, французьку — 11, англійську і

німецьку — 12, англійську і французьку — 7, німецьку і французьку — 5, усі три мови — 2. Скільки

співробітників не володіють іноземними мовами? Скільки з них знають тільки англійську, тільки

німецьку, тільки французьку мови?