Самостійна робота 3

<u>Тема</u>: Булеві функції однієї та двох змінних.
<u>Мета:</u> Вивчити логічні функції однієї та двох змінних, вміти складати таблиці істинності для булевих функцій та перевіряти еквівалентність функцій.

Функції однієї змінної

Розглянемо функції однієї змінної. Їх буде всього 4, вони задаються наступними таблицями істинності:

x	$f_0(x)$
0	0
1	0

функція $f_0(x)$ **називається «константою 0», записується $f_0(x)\equiv 0$;**

x	$f_1(x)$
0	0
1	1

Функція $f_1(x)$ **називається «тотожньою» (повторення аргументу), записується $f_1(x)= x$;**

x	$f_2(x)$
0	1
1	0

функція $f_2(x)$ **називається «не x» (заперечення аргументу) і записується $f_2\,(x)=\ \bar{x}$;**

x	$f_3(x)$
0	1
1	1

функція записується $f_3(x)\equiv 1$ і називається «константою 1».

Якщо стандартним розташуванням змінної x вважати 0 в першому рядку і 1 в другому, то функції f_0, f_1, f_2, f_3 визначаються однозначно наборами значень: $f_0=(0,0)$, $f_1=(0,1)$, $f_2=(1,0)$ і $f_3=(1,1)$. Набори значень функцій складають множину $E_2\times E_2$, тому кількість функцій однієї змінної дорівнює $|E_2\times E_2|=4$. Для зручності функції занумеровано так, що двійковий код номера збігався з набором значень функції.

Приклад. Розглянемо функцію «константа 1». Двійковий код, що відповідає значенням цієї функції – 11. Переведемо двійкове число 11_2 у десяткову систему числення. Привласнимо кожному розряду ваговий коефіцієнт, що кратний відповідному степеню числа 2 починаючи з нижчого порядку. Тоді $11_2=1*2^1+1*2^0=2+1=3_{10}$. Таким чином, десятковий номер даної функції – 3.

Функції двох змінних

Усяка логічна функція $f(x_1,x_2,..., x_n)$ може бути задана таблицею, що називається таблицею істинності.

Логічних функцій двох змінних – 16, вони наведені в табл. 1

Таблиця 1. Функції двох змінних алгебри логіки

x_1	x_2	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

БФ $f_0(x_1,x_2)$ й $f_{15}(x_1,x_2)$ - константи 0 й 1, тобто функції із двома несуттєвими змінними.

Функція $f_1(x_1,x_2)$ називається кон’юнкцією, логічним множенням x_1 й x_2; її позначення: $x_1 \& x_2$, $x_1 x_2$ або $x_1 \wedge x_2$. Вона дорівнює 1, тільки якщо x_1 й x_2 рівні 1.

Функція $f_2(x_1,x_2) = x_1\overline{x_2}$.

Функція $f_3(x_1,x_2) = x_1$.

Функція $f_4(x_1,x_2) = \overline{x_1}x_2$.

Функція $f_5(x_1,x_2) = x_2$.

Функція $f_6(x_1,x_2)$ – це додавання по модулю 2. Її позначення: $x_1 \oplus x_2$. Вона дорівнює 1, коли значення її аргументів різні.

Функція $f_7(x_1,x_2)$ називається диз'юнкцією, логічною сумою x_1 й x_2; її позначення: $x_1 \vee x_2$, $x_1 + x_2$. Вона дорівнює 1, якщо x_1 або x_2 дорівнює 1.

Функція $f_8(x_1,x_2) = \overline{f_7(x_1,x_2)}$ називається функцією Вебба або стрілкою Пірса; її позначення: $x_1 \downarrow x_2$. Вона дорівнює 1 тоді й тільки тоді, коли обидва аргументи рівні 0.

Функція $f_9(x_1,x_2)$ називається еквівалентністю; її позначення: $x_1 \leftrightarrow x_2$, $x_1 \sim x_2$. Вона дорівнює 1, коли значення її аргументів рівні.

Функція $f_{10}(x_1,x_2) = \overline{f_5(x_1,x_2)}$.

Функція $f_{11}(x_1,x_2)$ – імплікація; її позначення: $x_2 \to x_1$.

Функція $f_{12}(x_1,x_2) = \overline{f_3(x_1,x_2)}$.

Функція $f_{13}(x_1,x_2)$ - імплікація; її позначення: $x_1 \to x_2$. Вона дорівнює 0 тільки тоді, коли $x_1 = 1$ а $x_2 = 0$.

Функція $f_{14}(x_1,x_2)$ – штрих Шеффера або І-НІ (NAND); її позначення: $x_1 \mid x_2$ або $\overline{x_1 x_2}$. Вона дорівнює 0 тоді й тільки тоді, коли обидва аргументи рівні 1.

Навчальні завдання

Побудувати таблиці істинності для даних формул алгебри логіки:

1. $F = x(\bar{y} \vee z)$.
2. $F = (x \to y)xy$.

Розв'язок .

1. Будуємо таблицю істинності.

№	x	y	z	$F = x(\bar{y} \vee z)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

2. Будуємо таблицю істинності.

№	x	y	F=(x→ y)∧x∧y
0	0	0	0
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	1

4. $A = x \oplus (y \leftrightarrow z)$, $B = (x \oplus y) \leftrightarrow (x \oplus z)$.
5. $A = x \to (y \downarrow z)$, $B = (x \to y) \downarrow (x \to z)$.
6. $A = x(y \leftrightarrow z)$, $B = xy \leftrightarrow xz$.
7. $A = x \leftrightarrow (y \oplus z)$, $B = (x \leftrightarrow y) \oplus (x \leftrightarrow z)$.
8. $A = x \to (y \leftrightarrow z)$, $B = (x \to y) \leftrightarrow (x \to z)$.
9. $A = x \to (y \oplus z)$, $B = (x \to y) \oplus (x \to z)$.
10. $A = x \downarrow (y \oplus z)$, $B = (x \downarrow y) \oplus (x \downarrow z)$.