

2.4. Властивості операцій \cup і \cap .

Нехай A, B, C — нечіткі множини, тоді виконуються наступні властивості:

1) комутативність

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

2) асоціативність

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

3) ідемпотентність

$$A \cap A = A$$

$$A \cup A = A$$

4) дистрибутивність

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

5) $A \cup \emptyset = A$, де: \emptyset – пуста множина, тобто $\mu_{\emptyset}(x) = 0$

$$6) A \cap \emptyset = \emptyset$$

7) $A \cap E = A$, де: E – універсальна множина

$$8) A \cup E = E$$

$$9) \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Зауваження. Наведені операції над нечіткими множинами базуються на використанні операцій *max* і *min*. У теорії нечітких множин розробляються питання побудови узагальнених операторів перетину, об'єднання і доповнення, що дозволяє врахувати різноманітні смислові відтінки відповідних їм зв'язок «І», «АБО», «НІ».

Один із підходів до операторів перетину і об'єднання полягає в їх визначенні в класі *трикутних норм і конорм*.

Трикутною нормою (t-нормою) називається двомісна дійсна функція $T: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, яка задовільняє наступним умовам:

$$1) T(0, 0) = 0; T(\mu_A, 1) = \mu_A; T(1, \mu_A) = \mu_A - \text{обмеженість};$$

$$2) T(\mu_A, \mu_B) \leq T(\mu_C, \mu_D), \text{ якщо } \mu_A \leq \mu_C, \mu_B \leq \mu_D - \text{монотонність};$$

$$3) T(\mu_A, \mu_B) \leq T(\mu_B, \mu_A) - \text{комутативність};$$

$$4) T(\mu_A, T(\mu_B, \mu_C)) = T(T(\mu_A, \mu_B), \mu_C) - \text{асоціативність}.$$

Трикутникові норми: $\min(\mu_A, \mu_B)$, $\max(0, \mu_A + \mu_B - 1)$.

Трикутнковою конормою (t-конорма) називається двомісна дійсна функція $S: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ із властивостями:

$$1) S(1, 1) = 1; S(\mu_A, 0) = \mu_A; S(0, \mu_A) = \mu_A - \text{обмеженість};$$

$$2) S(\mu_A, \mu_B) \geq S(\mu_C, \mu_D), \text{ якщо } \mu_A \geq \mu_C, \mu_B \geq \mu_D - \text{монотонність};$$

$$3) S(\mu_A, \mu_B) \leq S(\mu_B, \mu_A) - \text{комутативність};$$

$$4) S(\mu_A, S(\mu_B, \mu_C)) = S(S(\mu_A, \mu_B), \mu_C) - \text{асоціативність}.$$

Трикутникові t-конорми: $\max(\mu_A, \mu_B)$, $\min(1, \mu_A + \mu_B)$.

