

Кросплатформне програмування Python

Лабораторна робота 8

Створити **ipynb** файл наступної структури.

Блок 1. За допомогою мови розмітки вивести:

Кросплатформне програмування Python (заголовок другого рівня)

Прізвище Ім'я студента (заголовок третього рівня)

Група (курсив)

Варіант *вказати номер свого варіанту* (жирний)

Блок 2. За допомогою мови розмітки вивести:

Завдання 1. (заголовок другого рівня)

Блок 3. За допомогою мови розмітки LaTeX вивести формули, які відповідають варіанту Завдання 1. Таблиця з формулами відповідно до варіанту наведена нижче.

Блок 4. На мові Python написати програму для обрахування вище наведених формул. Необхідні параметри задати в коді програми. Вивести результат. Для математичних функцій використати пакет NumPy.

Блок 5. За допомогою мови розмітки вивести:

Завдання 2. (заголовок другого рівня)

Блок 6. За допомогою мови розмітки LaTeX вивести формули, які відповідають варіанту Завдання 2. Таблиця з формулами відповідно до варіанту наведена нижче.

Блок 7. На мові Python написати програму для обрахування наведеної формули за допомогою математичних функцій (формула зліва) та за допомогою суми ряду (формула зліва). Необхідні параметри задати в коді програми: x , *точність*(кількість знаків після коми) для розрахунку через суму ряду. Вивести результат: *значення пораховане першим способом, значення пораховане другим способом, кількість підсумованих членів ряду*.

Блок 8. За допомогою мови розмітки вивести:

Завдання 3. (заголовок другого рівня)

Текст завдання 3 (звичайний текст). Відповідно до варіанту

Блок 9. На мові Python написати програму, яка виконує завдання варіанту.

Завдання 1.

Варіант	Формули
1	$z_1 = 2 \sin^2(3\pi - 2\alpha) \cos^2(5\pi + 2\alpha)$ $z_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \sin\left(\frac{5}{2}\pi - 8\alpha\right)$
2	$z_1 = \cos \alpha + \sin \alpha + \cos 3\alpha + \sin 3\alpha$ $z_2 = 2\sqrt{2} \cos \alpha \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right)$
3	$z_1 = \frac{\sin 2\alpha + \sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{\cos \alpha + 1 - 2 \sin^2 2\alpha}$ $z_2 = 2 \sin \alpha$
4	$z_1 = \frac{\sin 2\alpha + \sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha + \cos 5\alpha}$ $z_2 = \operatorname{tg} 3\alpha$
5	$z_1 = 1 - \frac{1}{4} \sin^2 2\alpha + \cos 2\alpha$ $z_2 = \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$
6	$z_1 = \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 6\alpha + \cos 7\alpha$ $z_2 = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{5}{2}\alpha \cdot \cos 4\alpha$
7	$z_1 = \cos^2\left(\frac{3}{8}\pi - \frac{\alpha}{4}\right) - \cos^2\left(\frac{11}{8}\pi + \frac{\alpha}{4}\right)$ $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\alpha}{2}$
8	$z_1 = \cos^4 x + \sin^2 y + \frac{1}{4} \sin^2 2x - 1$ $z_2 = \sin(y+x) \cdot \sin(y-x)$
9	$z_1 = (\cos \alpha - \cos \beta)^2 - (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ $z_2 = -4 \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta)$
10	$z_1 = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + 3\alpha\right)}{1 - \sin(3\alpha - \pi)}$ $z_2 = \operatorname{ctg}\left(\frac{5}{4}\pi + \frac{3}{2}\alpha\right)$
11	$z_1 = \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin 2\alpha}$ $z_2 = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$

12	$z_1 = \frac{\sin 4\alpha}{1 + \cos 4\alpha} \cdot \frac{\cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ $z_2 = \operatorname{ctg}\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right)$
13	$z_1 = \frac{\sin \alpha + \cos(2\beta - \alpha)}{\cos \alpha - \sin(2\beta - \alpha)}$ $z_2 = \frac{1 + \sin 2\beta}{\cos 2\beta}$
14	$z_1 = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$ $z_2 = \operatorname{tg} 2\alpha + \sec 2\alpha$
15	$z_1 = \frac{\sqrt{2b + 2\sqrt{b^2 - 4}}}{\sqrt{b^2 - 4} + b + 2}$ $z_2 = \frac{1}{\sqrt{b + 2}}$
16	$z_1 = \frac{x^2 + 2x - 3 + (x + 1)\sqrt{x^2 - 9}}{x^2 - 2x - 3 + (x - 1)\sqrt{x^2 - 9}}$ $z_2 = \sqrt{\frac{x + 3}{x - 3}}$
17	$z_1 = \frac{\sqrt{(3m + 2)^2 - 24m}}{3\sqrt{m} - \frac{2}{\sqrt{m}}}$ $z_2 = -\sqrt{m}$
18	$z_1 = \left(\frac{a + 2}{\sqrt{2a}} - \frac{a}{\sqrt{2a} + 2} + \frac{2}{a - \sqrt{2a}} \right) \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{2}}{a + 2}$ $z_2 = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{2}}$
19	$z_1 = \left(\frac{1 + a + a^2}{2a + a^2} + 2 - \frac{1 - a + a^2}{2a - a^2} \right)^{-1} (5 - 2a^2)$ $z_2 = \frac{4 - a^2}{2}$
20	$z_1 = \frac{(m - 1)\sqrt{m} - (n - 1)\sqrt{n}}{\sqrt{m^3 n} + nm + m^2 - m}$ $z_2 = \frac{\sqrt{m} - \sqrt{n}}{m}$

Завдання 2.

$$1. \ln \frac{x+1}{x-1} = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} = 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \dots\right) \quad |x| > 1$$

$$2. e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \dots \quad |x| < \infty$$

$$3. e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \dots \quad |x| < \infty$$

$$4. \ln(x+1) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \dots \quad -1 < x \leq 1$$

$$5. \ln \frac{1+x}{1-x} = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots\right) \quad |x| < 1$$

$$6. \ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots) \quad -1 \leq x < 1$$

$$7. \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{2n+1}}{2n+1} = \frac{\pi}{2} - x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} - \dots \quad |x| \leq 1$$

$$8. \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)x^{2n+1}} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \dots \quad x > 1$$

$$9. \operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad |x| \leq 1$$

$$10. \operatorname{Arth} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots \quad |x| < 1$$

$$11. \operatorname{Arth} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \dots \quad |x| > 1$$

$$12. \operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)x^{2n+1}} = -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \dots \quad x < -1$$

$$13. e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!} = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \frac{x^8}{4!} - \dots \quad |x| < \infty$$

$$14. \cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \quad |x| < \infty$$

$$15. \frac{\sin x}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} - \dots \quad |x| < \infty$$

$$16. \ln x = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)(x+1)^{2n+1}} = 2 \left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \dots \right) \quad x > 0$$

$$17. \ln x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^{n+1}}{(n+1)} = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} + \dots \quad 0 < x \leq 2$$

$$18. \ln x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1)(x+1)^{n+1}} = \frac{x-1}{x} + \frac{(x-1)^2}{2x^2} + \frac{(x-1)^3}{3x^3} + \dots \quad x > \frac{1}{2}$$

$$19. \arcsin x = x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1) \cdot x^{2n+1}}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (2n+1)} = x + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x^9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9} \dots \quad |x| < 1$$

$$20. \arccos x = \frac{\pi}{2} - \left(x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1) \cdot x^{2n+1}}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (2n+1)} \right) = \\ = \frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x^9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9} \dots \right) \quad |x| < 1$$

Завдання 3.

Варіант 1

Дано цілочислову прямокутну матрицю розмірності 14x12. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Визначити:

- 1) кількість рядків, що не містять жодного нульового елемента;
- 2) максимальне з чисел, що зустрічаються у заданій матриці більше одного разу.

Варіант 2

Дано цілочислову прямокутну матрицю розмірності 14x12. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

- 1) Визначити кількість стовпців, що не містять жодного нульового елемента.
- 2) Характеристикою рядка цілочислової матриці назвемо суму її додатних парних елементів.
Переставляючи рядки заданої матриці, розташувати їх відповідно до зростання характеристик.

Варіант 3

Дано цілочислову прямокутну матрицю розмірності 14x12. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Визначити:

- 1) кількість стовпців, що містять хоча б один нульовий елемент;
- 2) номер рядка, в якому знаходиться найдовша серія однакових елементів.

Варіант 4

Дано цілочислову квадратну матрицю розмірності 10x10. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Визначити:

- 1) добуток елементів у тих рядках, які не містять від'ємних елементів;
- 2) максимум серед сум елементів діагоналей, паралельних головній діагоналі матриці.

Варіант 5

Дано цілочислову квадратну матрицю розмірності 12x12. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Визначити:

- 1) суму елементів у тих стовпцях, які не містять від'ємних елементів;
- 2) мінімум серед сум модулів елементів діагоналей, паралельних побічній діагоналі матриці.

Варіант 6

Дано цілочислову прямокутну матрицю розмірності 13x13. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Визначити:

- 1) суму елементів у тих рядках, які містять хоча б один від'ємний елемент;
- 2) номери рядків і стовпців усіх сідлових точок матриці.

Примітка. Матриця **A** має сідлову точку A_{ij} , якщо A_{ij} є мінімальним елементом в i -му рядку та максимальним у j -му стовпці.

Варіант 7

Для заданої матриці розміром 10 на 10 знайти такі k , що k -й рядок матриці збігається з k -м стовпцем. Знайти суму елементів у тих рядках, які містять хоча б один від'ємний елемент.

Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Варіант 8

Дано цілочислову прямокутну матрицю розмірності 14x12. Матрицю задати в кодї програми.

Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

1) Характеристикою стовпця цілочислової матриці назвемо суму модулів його від'ємних непарних елементів. Переставляючи стовпці заданої матриці, розташувати їх відповідно до зростання характеристик.

2) Знайти суму елементів у тих стовпцях, які містять хоча б один від'ємний елемент.

Варіант 9

Сусідами елемента A_{ij} у матриці назвемо елементи A_{kl} з $i - 1 \leq k \leq i + 1, j - 1 \leq l \leq j + 1, (k, l) \neq (i, j)$. Операція згладжування матриці дає нову матрицю того ж розміру, кожен елемент якої отримується як середнє арифметичне наявних сусідів відповідного елемента вихідної матриці.

1) Побудувати результат згладжування заданої матриці розміром розмірності 10x10. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

2) У згладженій матриці знайти суму модулів елементів, розташованих нижче головної діагоналі.

Варіант 10

Елемент матриці називається локальним мінімумом, якщо він строго менший за всіх наявних у нього сусідів.

1) Порахувати кількість локальних мінімумів заданої матриці розміром 10x10. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

2) Знайти суму модулів елементів, розташованих вище головної діагоналі.

Варіант 11

Коефіцієнти системи лінійних рівнянь задані у вигляді прямокутної матриці розміром 10x8. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

1) За допомогою допустимих перетворень звести систему до трикутного вигляду.

2) Знайти кількість рядків, середнє арифметичне елементів яких менше заданої величини.

Варіант 12

Ущільнити задану матрицю, видаляючи з неї рядки та стовпці, заповнені нулями.

Знайти номер першого з рядків, що містять хоча б один додатний елемент.

Матрицю розмірності 12x14 задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Варіант 13

Здійснити циклічний зсув елементів прямокутної матриці на n елементів вправо або вниз (залежно від введеного режиму), n може бути більшим за кількість елементів у рядку або стовпці.

Матрицю розмірності 12x10 задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Варіант 14

Здійснити циклічний зсув елементів квадратної матриці розмірності 10x10 вправо на k елементів таким чином: елементи 1-го рядка зсуваються в останній стовпець зверху вниз, з нього – в останній рядок справа наліво, з нього – у перший стовпець знизу вгору, з нього – у перший рядок; для інших елементів — аналогічно.

Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Варіант 15

Дано цілочислову прямокутну матрицю розмірності 12x10. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

- 1) Визначити номер першого зі стовпців, що містять хоча б один нульовий елемент.
- 2) Характеристикою рядка цілочислової матриці назвемо суму її від'ємних непарних елементів. Переставляючи рядки заданої матриці, розташувати їх відповідно до спадання характеристик.

Варіант 16

Дано цілочислову прямокутну матрицю розмірності 13x12. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

- 1) Впорядкувати рядки матриці за зростанням кількості однакових елементів у кожному рядку.
- 2) Знайти номер першого зі стовпців, що не містять жодного від'ємного елемента.

Варіант 17

Дано цілочислову квадратну матрицю розмірності 12x12. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

- 1) Шляхом перестановки елементів матриці домогтися того, щоб її максимальний елемент знаходився у лівому верхньому куті, наступний за величиною – у позиції (2, 2), наступний за величиною – у позиції (3, 3) і т. д., заповнивши таким чином усю головну діагональ.
- 2) Знайти номер першого з рядків, що не містять жодного додатного елемента.

Варіант 18

Дано цілочислову прямокутну матрицю розмірності 12x14. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Визначити:

- 1) кількість рядків, що містять хоча б один нульовий елемент;
- 2) номер стовпця, в якому знаходиться найдовша серія однакових елементів.

Варіант 19

Дано цілочислову квадратну матрицю розмірності 14x12. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**.

Визначити:

- 1) суму елементів у тих рядках, які не містять від'ємних елементів;
- 2) мінімум серед сум елементів діагоналей, паралельних головній діагоналі матриці.

Варіант 20

Дано цілочислову прямокутну матрицю розмірності 10x14. Матрицю задати в кодї програми. Генератор випадкових чисел **не використовувати**. Визначити:

- 1) кількість від'ємних елементів у тих рядках, які містять хоча б один нульовий елемент;
- 2) номери рядків і стовпців усіх сідлових точок матриці.

Примітка. Матриця **A** має сідлову точку A_{ij} , якщо A_{ij} є мінімальним елементом в i -му рядку та максимальним у j -му стовпці.