

Лабораторна робота 3
ОПТИМІЗАЦІЯ МЕРЕЖЕВИХ МОДЕЛЕЙ
ЗА КРИТЕРІЄМ "ЧАС-ВИТРАТИ"

1.1. МЕТА РОБОТИ

Знайомство з методикою і придбання навичок проведення оптимізації мережесих моделей за критерієм "Час-витрати".

1.2. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Відповідно до номеру свого варіанту отримайте наступні вихідні дані: $C_n(i,j)$ - вартість виконання роботи (i,j) , яка має нормальну тривалість $T_n(i,j)$; $T_y(i,j)$ - час прискореного виконання роботи (i,j) ; $C_p(i,j)$ - підвищена вартість виконання роботи (i,j) , яка має прискорену тривалість; C_k - щоденні непрямі витрати організації, яка виконує проект; C_0 - обмеження по коштам, виділеним на проведення оптимізації.

2. Використовуючи комп'ютерну програму, проведіть максимально можливе скорочення часу виконання проекту без урахування заданого обмеження на грошові кошти C_0 (см. п.3.3.1).

3. Побудуйте графік прямих, непрямих і загальних витрат для проведеної оптимізації (см. п.3.3.2).

4. Визначте *мінімально можливу* тривалість виконання проекту з урахуванням заданого обмеження на грошові кошти C_0 , відобразите прийняте рішення на графіку витрат.

5. Звіт по лабораторній роботі повинен містити:

- номер варіанту;
- початкові дані варіанти;
- коефіцієнти наростання витрат робіт мережі;
- опис кожного кроку оптимізації, а саме: критичні шляхи і їх тривалість; код скороченою роботи (робіт);
- графік витрат.

1.3. ТЕОРЕТИЧНЕ ВВЕДЕННЯ

1.3.1. Методика оптимізації мережесих моделей за критерієм «Час – витрати»

Метою оптимізації за критерієм "Час - витрати" є скорочення часу виконання проекту в цілому. Ця оптимізація має сенс тільки в тому випадку, коли час виконання робіт може бути зменшено за рахунок задіяння додаткових

ресурсів, що призводить до підвищення витрат на виконання робіт (див. рис.3.1). Для оцінки величини додаткових витрат, пов'язаних з прискоренням виконання тієї чи іншої роботи, використовуються або нормативи, або дані про виконання аналогічних робіт в минулому. Під параметрами робіт $C_H(i, j)$ і $C_P(i, j)$ розуміються так звані прямі витрати, безпосередньо пов'язані з виконанням конкретної роботи. Таким чином, непрямі витрати типу адміністративно-управлінських в процесі скорочення тривалості проекту до уваги не приймаються, однак їх вплив враховується при виборі остаточного календарного плану проекту.

Витрати

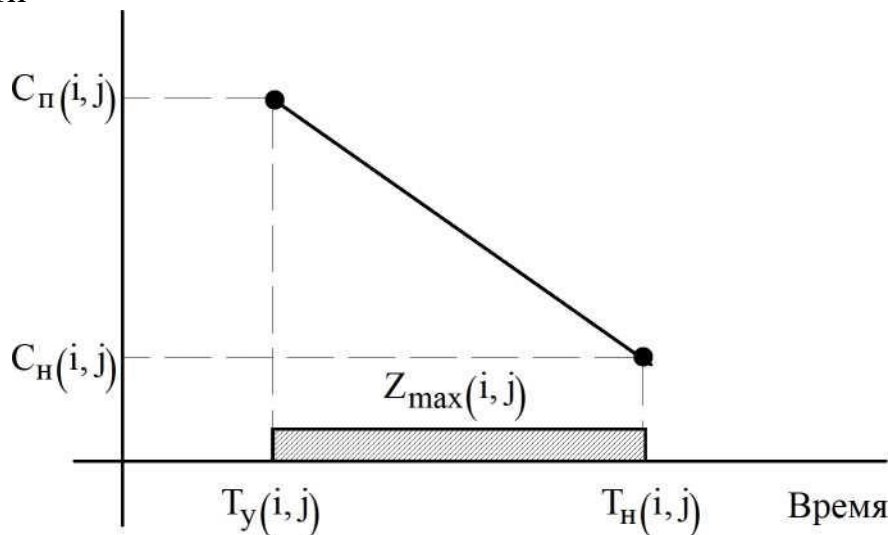


Рис.3.1. Залежність прямих витрат на роботу від часу її виконання

Важливими параметрами роботи (i, j) при проведенні даного виду оптимізації є:

- *коефіцієнт наростання витрат*

$$k(i, j) = \frac{C_P(i, j) - C_H(i, j)}{T_H(i, j) - T_Y(i, j)},$$

який показує витрати коштів, необхідні для скорочення тривалості роботи (i, j) на один день;

- *запас часу* для скорочення тривалості роботи в поточний момент часу

$$Z_T(i, j) = t_T(i, j) - T_Y(i, j),$$

де $t_T(i, j)$ - тривалість роботи (i, j) на поточний момент часу, максимально

можливе значення запасу часу роботи дорівнює

$$Z_{\max}(i, j) = T_H(i, j) - T_Y(i, j).$$

Ця ситуація має місце, коли тривалість роботи (i, j) ще жодного разу не скорочували, тобто $t_T(i, j) = T_H(i, j)$.

Загальна схема проведення оптимізації "час-витрати"

1. Виходячи з нормальних тривалостей робіт $T_H(i, j)$, визначаються критичні $L_{кр}$ і підкритичні $L_{п}$ шляхи мережевої моделі і їх тривалості $T_{кр}$ і $T_{п}$.

2. Визначається сума прямих витрат на виконання всього проекту $C_{пр}^0$ при нормальній тривалості робіт.

3. Розглядається можливість скорочення тривалості проекту, для чого аналізуються параметри критичних робіт проекту.

3.1. Для скорочення вибирається критична робота з \min коефіцієнтом наростання витрат $k(i, j)$, що має ненульовий запас часу скорочення $Z_T(i, j)$.

3.2. Час $\Delta t(i, j)$, на який необхідно зжати тривалість роботи (i, j), визначається як

$$\Delta t(i, j) = \min[Z_T(i, j), \Delta T],$$

де $\Delta T = T_{кр} - T_{п}$ - різниця між тривалістю критичного і підкритичного шляхів в мережевій моделі. Необхідність врахування параметра ΔT викликана недоцільністю скорочення критичного шляху більш, ніж на ΔT одиниць часу. В цьому випадку критичний шлях перестане бути таким, а підкритичний шлях навпаки стане критичним, тобто тривалість проекту в цілому принципово не може бути скорочена більше, ніж на ΔT .

4. В результаті стиснення критичної роботи часові параметри мережевої моделі змінюються, що може привести до появи інших критичних і підкритичних шляхів. Внаслідок подорожчання прискореної роботи загальна вартість проекту збільшується на величину

$$\Delta C_{пр} = k(i, j) \Delta t(i, j).$$

5. Для зміненої мережевої моделі визначаються нові критичні і підкритичні шляхи і їх тривалості, після чого необхідно продовжити оптимізацію з кроку 3. При наявності обмеження в коштах, їх вичерпання є причиною закінчення оптимізації. Якщо не враховувати подібне обмеження, то оптимізацію можна продовжувати до тих пір поки у робіт, які могли б бути обрані для скорочення, не буде вичерпаний запас часу скорочення.

Примітка. Розглянута загальна схема оптимізації передбачає наявність одного критичного шляху в мережевій моделі. Якщо є кілька критичних шляхів

необхідно або скорочувати загальну для них усіх роботу, або одночасно скорочувати кілька різних робіт, що належать різним критичним шляхам. Можлива комбінація цих двох варіантів. У кожному разі критерієм вибору роботи або робіт для скорочення повинен служити мінімум витрат на їх загальне скорочення.

3.3.2. Приклад проведення оптимізації мережевої моделі за критерієм "Час - витрати"

Проведемо максимально можливе зменшення термінів виконання проекту при мінімально можливих додаткових витратах для наступних початкових даних (табл.3.1, рис. 3.2).

Таблиця 3.1

Початкові дані для оптимізації "Час-витрати"

(i,j)	Нормальний режим		Прискорений режим	
	$T_n(i,j)$	$C_n(i,j)$	$T(i,j)$	$C_p(i,j)$
(1;2)	5	5	3	19
(1;4)	6	6	4	12
(2;3)	3	8	1	15
(2;4)	7	10	3	18
(3;5)	6	6	1	9
(4;5)	4	9	1	12
$C_k = 1,50$ грн./день			$C_0 = 73,00$ грн.	

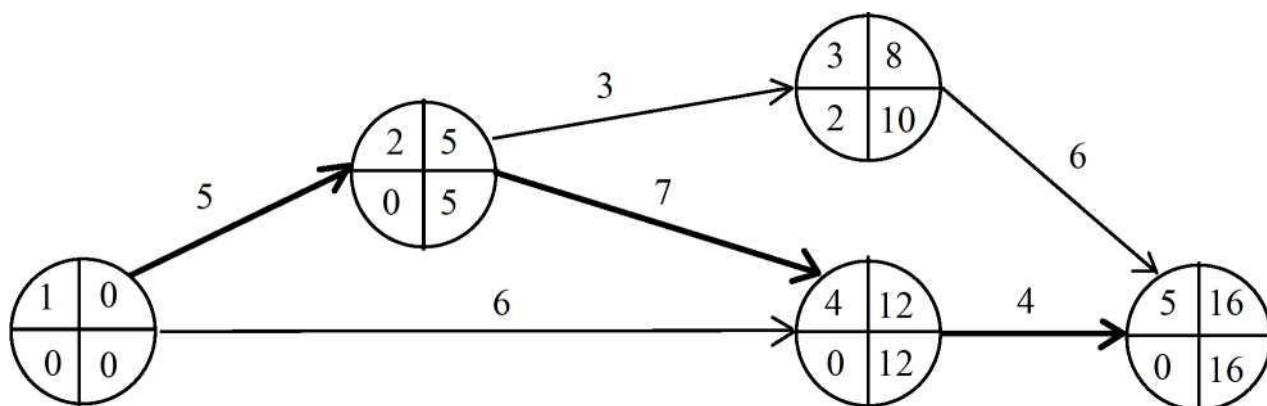


Рис.3.2. Вихідна мережева модель

Виходячи з нормальних тривалостей робіт отримуємо наступні характеристики мережевої моделі.

- Загальні витрати на проект $C_{пр}^0 = \sum_{\forall(i,j)} C_n(i,j) = 44,00$ грн.

- Тривалість проекту $T_{кр}^0 = 16$ днів.
- Критичний шлях $L_{кр}^0 = 1,2,4,5$ або $L_{кр}^0 = (1,2); (2,4); (4,5)$.
- Підкритичний шлях $L_{пкр}^0 = 1,2,3,5$ або $L_{пкр}^0 = (1,2); (2,3); (3,5)$, $T_{п}^0 = 14$ днів.

Крім того, обчислимо коефіцієнти наростання витрат і максимальні запаси часу скорочення робіт сітьової моделі (табл. 3.2).

Таблиця 3.2

Коефіцієнти наростання витрат робіт мережі

(i,j)	$Z_{\max}(i,j)$ [дні]	$k(i,j)$ [грн./день]
(1;2)	2	7,00
(1;4)	2	3,00
(2;3)	2	3,50
(2;4)	4	2,00
(3;5)	5	0,60
(4;5)	3	1,00

І крок. Для скорочення вибираємо критичну роботу (4,5) з мінімальним коефіцієнтом $k(4,5) = 1,00$ грн./день. Поточний запас скорочення часу роботи (4,5) на даному етапі дорівнює $Z_T^0(4,5) = Z_{\max}(4,5) = 3$ дні. Різниця між тривалістю критичного і підкритичного шляхів $\Delta T^0 = T_{кр}^0 - T_{п}^0 = 2$ дні. Тому згідно п.3.2 описаної вище загальної схемі оптимізації скорочуємо роботу (4,5) на $\Delta t^1 = \min [3,2] = 2$ дні. Нова поточна тривалість роботи $t_T^1(4,5) = 4 - 2 = 2$ дні, а запас її подальшого скорочення скорочується до $Z_T^1(4,5) = 1$ день. Змінений мережевий графік представлений на рис.3.3

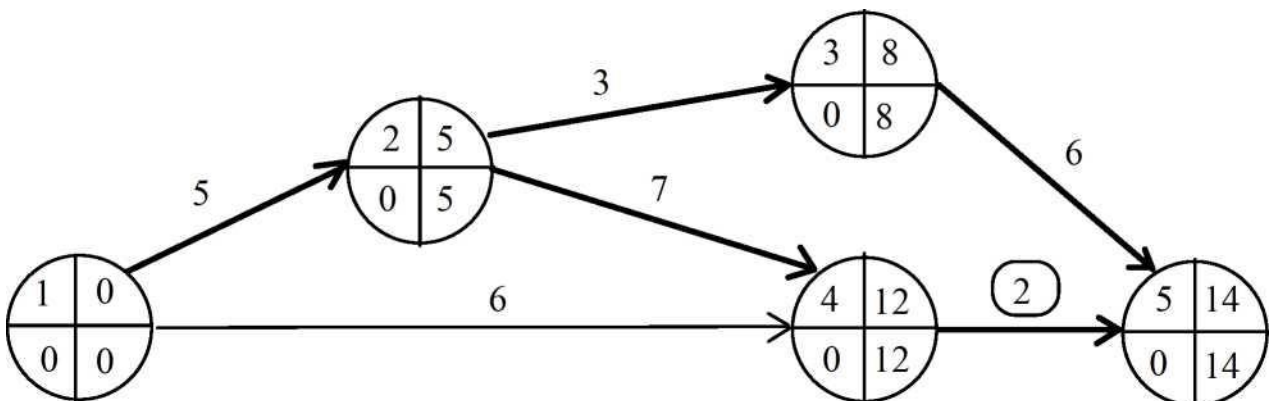


Рис.3.3. Мережева модель після першого кроку оптимізації

Після прискорення роботи (4,5) виникли наступні зміни.

- Витрати на роботу (4,5) зросли на $1,00 \text{ грн./день} \cdot 2 \text{ дні} = 2,00 \text{ грн.}$ та загальні витрати на проект склали $C_{\text{пр}}^1 = 44,00 + 2,00 = 46,00 \text{ грн.}$
- Тривалість проекту $T_{\text{кр}}^1 = 14 \text{ днів.}$
- Критичні шляхи $L_{\text{кр}}^1 = 1,2,3,5$ и $L_{\text{кр}}^1 = 1,2,4,5.$
- Підкритичний шлях $L_{\text{п}}^1 = 1,4,5, T_{\text{п}}^1 = 8 \text{ днів.}$

II крок. Одночасне скорочення двох критичних шляхів можна провести або прискоривши роботу (1,2), що належить обом шляхам, або одночасно прискоривши різні роботи з кожного шляху. Найдешевшим варіантом є прискорення робіт (3,5) і (4,5) - $1,60 \text{ грн./день}$ за обидві роботи, тоді як прискорення роботи (1,2) обійшлося б в 7 грн./день . Оскільки $\Delta T^1 = TT_{\text{кр}}^1 - T_{\text{п}}^1 = 6$, то скорочуємо роботи (3,5) і (4,5) на $\Delta T^2 = \min [5, 1, 6] = 1 \text{ день}$. Запаси подальшого скорочення часу робіт скорочуються до $Z_T^2(3,5) = 4$ і $Z_T^2(4,5) = 0$ днів. Змінений мережевий графік представлений на рис.3.4.

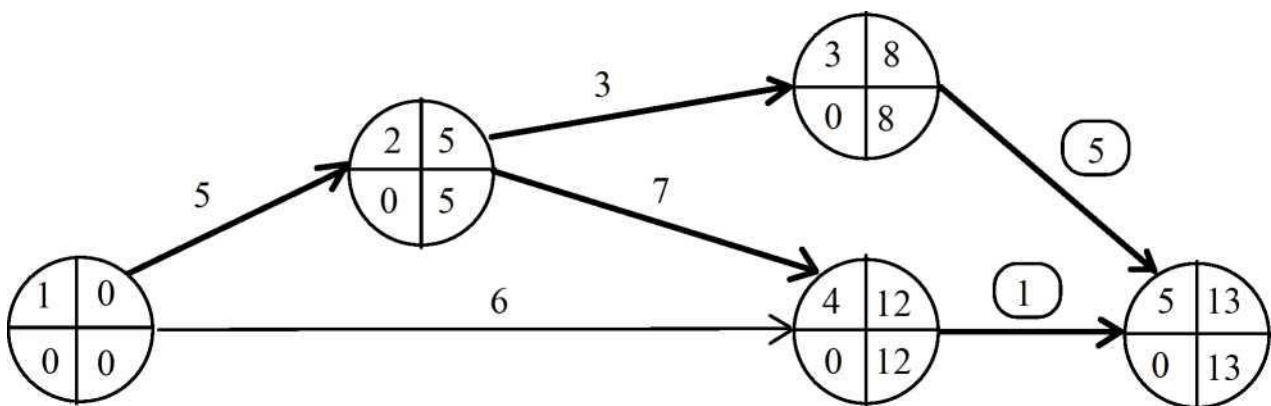


Рис.3.4. Мережева модель після другого кроку оптимізації
Після прискорення робіт (3,5) і (4,5) виникли наступні зміни.

- Загальні витрати на проект склали

$$C_{\text{пр}}^2 = 46,00 + 0,60 \cdot 1 + 1,00 \cdot 1 = 47,60 \text{ грн.}$$
- Тривалість проекту $T_{\text{кр}}^2 = 13 \text{ днів.}$
- Два критичних шляха $L_{\text{кр}}^2 = 1,2,3,5$ і $L_{\text{кр}}^2 = 1,2,4,5.$
- Підкритичний шлях $L_{\text{п}}^2 = 1,4,5, T_{\text{п}}^2 = 7 \text{ днів.}$

III крок. Оскільки на даному етапі робота (4,5) вичерпала свій запас прискорення, то найбільш дешевим варіантом скорочення обох критичних

шляхів є прискорення робіт (3,5) і (2,4) - 2,60 грн./день за обидві роботи. Скорочуємо роботи (3,5) і (2,4) на $\Delta t^3 = \min [4, 4, 6] = 4$ дня. Запаси подальшого скорочення часу робіт (3,5) і (2,4) обнуляються. Змінений мережевий графік представлений на рис.3.5.

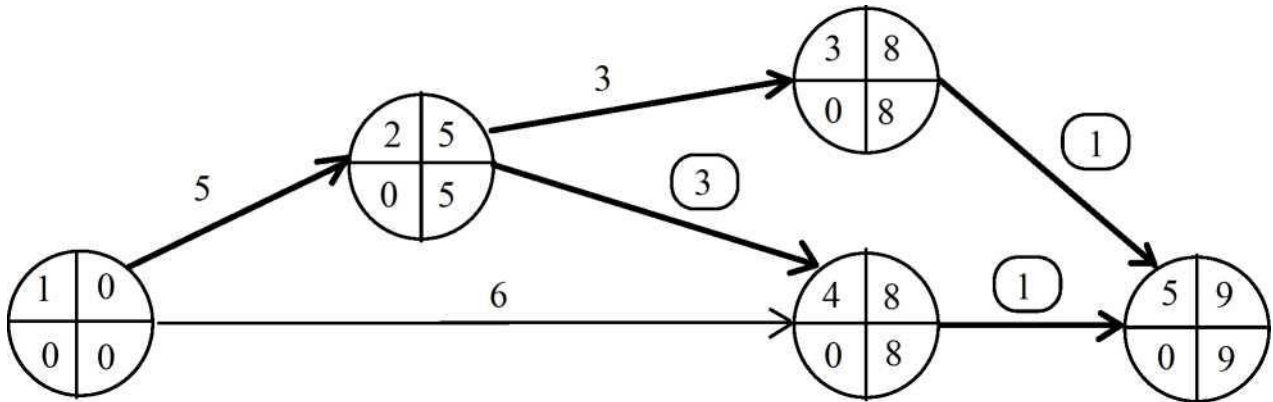


Рис.3.5. Мережева модель після третього кроку оптимізації
Після прискорення робіт (3,5) і (2,4) виникли наступні зміни.

- Загальні витрати на проект склали

$$C_{\text{пр}}^3 = 47,60 + 0,60 \cdot 4 + 2,00 \cdot 4 = 58,00 \text{ грн.}$$

- Тривалість проекту $T_{\text{кр}}^3 = 9$ днів.
- Два критичних шляха $L_{\text{кр}}^3 = 1,2,3,5$ и $L_{\text{кр}}^3 = 1,2,4,5$.
- Підкритичний шлях $L_{\text{п}}^3 = 1,4,5$, $T_{\text{п}}^3 = 7$ днів.

IV крок. Оскільки крім роботи (1,2) всі інші роботи критичного шляху $L_{\text{кр}} = 1,2,4,5$ вичерпали свій запас часу прискорення, то єдином можливим варіантом скорочення обох критичних шляхів є прискорення роботи (1,2). Скорочуємо роботу (1,2) на $\Delta t^4 = \min [2,2] = 2$ дні. Запас подальшого скорочення часу роботи (1,2) обнуляється. Змінений мережевий графік представлений на рис.3.6.

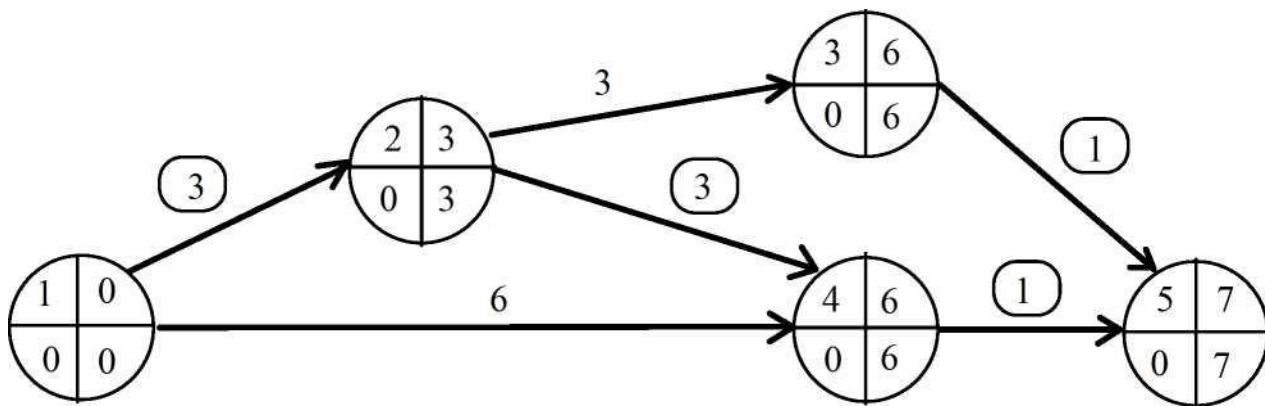


Рис.3.6. Мережева модель після четвертого кроку оптимізації

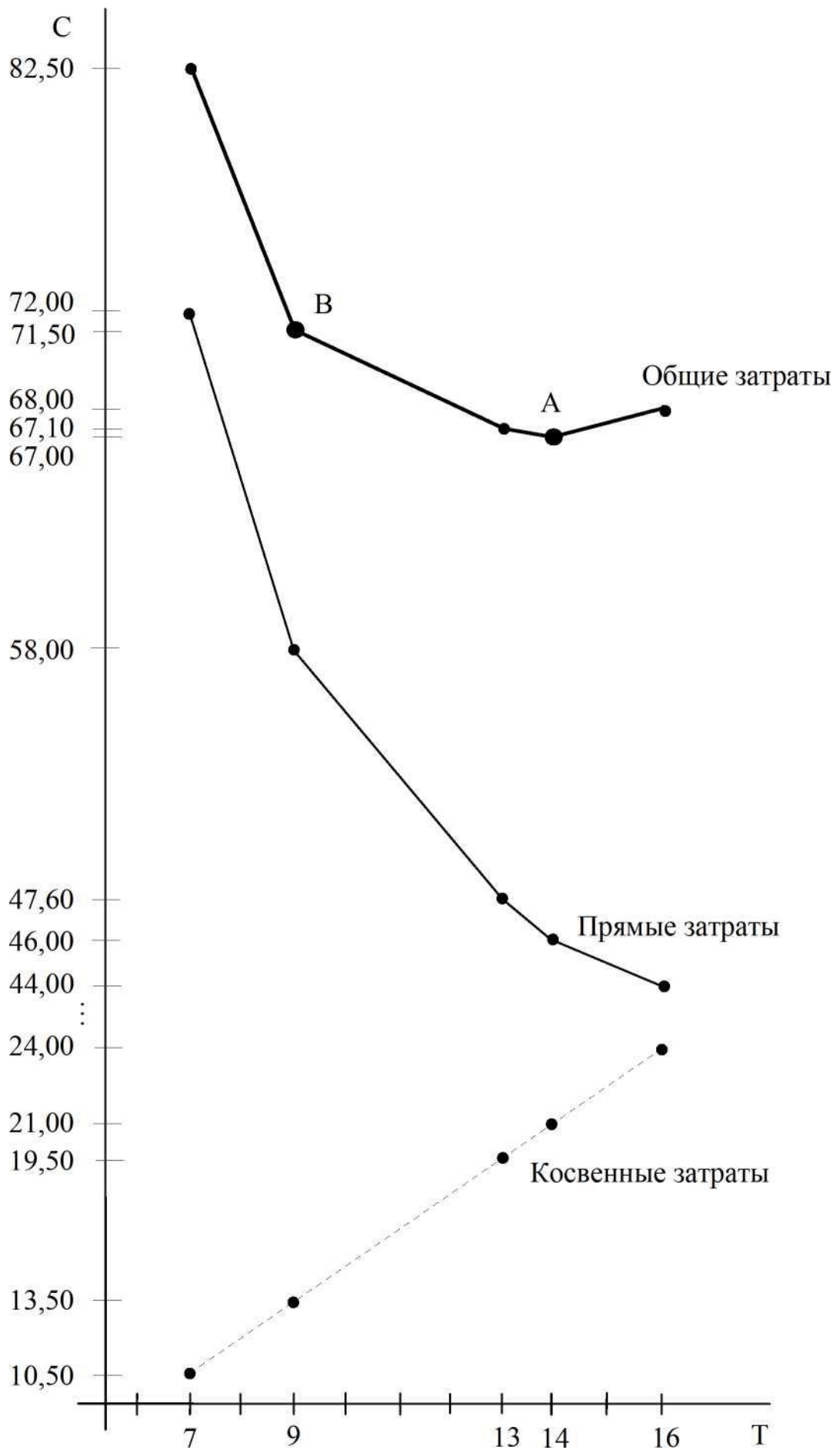


Рис.3.7. Графік "Час - витрати"

Після прискорення роботи (1,2) виникли наступні зміни.

- Загальні витрати на проект склали $C_{\text{пр}}^4 = 58,00 + 7,00 \cdot 2 = 72,00$ грн.
- Тривалість проекту $T_{\text{кр}}^4 = 7$ днів.
- Три критичних шляхи $L_{\text{кр}}^4 = 1,2,3,5$, $L_{\text{кр}}^4 = 1,2,4,5$ и $L_{\text{кр}}^4 = 1,4,5$.
- Підкритичний шлях відсутній.

Подальша оптимізація стала неможливою, оскільки всі роботи критичного шляху $L_{\text{кр}}^4 = 1,2,4,5$ вичерпали свій запас часу прискорення, а значить проект не може бути виконаний менше, ніж за $T_{\text{кр}}^4 = 7$ днів.

Таким чином, при відсутності обмежень на витрати мінімально можлива тривалість проекту становить 7 днів. Скорочення тривалості проекту з 16 до 7 днів вимагає 28,00 гривень прямих витрат. На відміну від прямих витрат при зменшенні тривалості проекту непрямі витрати ($C_{\text{к}} = 1,50$ грн. / день) зменшуються, що показано на графіку (див. рис.3.7). Мінімум загальних витрат (точка А) відповідає тривалості проекту 14 днів.

Якщо ж враховувати обмеження по коштам, виділеним на виконання проекту, $C_0 = 73,00$ гривні, то оптимальним є виконання проекту за 9 днів (точка В).